A RELATIVITÁSELMÉLET TÖRTÉNETÉBŐL

A MINKOWSKI-VILÁG[1]

A természeti folyamatok leírása legalkalmasabban az ún. inerciális vagy tehetetlenségi vonatkoztatási rendszerekben történik. Itt a vonatkoztatási rendszer a megfigyelő számára a hely meghatározásához egy a három dimenziós teret behálózó koordinátarendszert jelent a „hol" kérdésre adandó válaszhoz, és megfelelő órákkal mérhető adatot a „mikor" kérdésre adandó válaszhoz. A „hol" és a „mikor" kérdésre adott válaszokkal jellemezük ugyanis a fizikai eseményt, e jellemzők nélkül a fizikai minőségek változását nem lehet megfogalmazni. Az inerciális vonatkoztatási rendszer megkülönböztetése az összes többi lehetőség közül pedig azt a célt szolgálja, hogy megfelelő kiindulási alap álljon rendelkezésre, ami lehetővé teszi a dinamikai változás konzekvens megfogalmazását.

Az inerciarendszer felkeresésére Newton első axiómájából indulunk ki. Ez azt mondja ki, hogy: „minden *magára hagyott* test megtartja egyenesvonalú egyenletes mozgását". Célszerű megfordítani az axiómát, hogy belőle definiálhassuk az inerciarendszert. Ha azt tapasztaljuk, hogy egy magára hagyott test megtartja egyenesvonalú egyenletes mozgását, akkor az a vonatkoztatási rendszer, amiben ezt tapasztaljuk, inerciarendszer.

Mit jelent az, hogy a test „magára van hagyva"? Azt jelenti, hogy nem áll más testekkel kölcsönhatásban. Ilyen kölcsönhatás a fizika ismeretei szerint lehet elektromágneses, nukleáris – erős vagy gyenge –, ezek az ún. arisztokratikus kölcsönhatások, mert nem minden anyagfajta hódol nekik; és még lehet egy „demokratikus" kölcsönhatás, a gravitáció, vagyis az általános tömegvonzás, amely mint neve is mutatja, az összes anyagfajtára jellemző.

Hogy a gravitáció esetén is lehessen inerciarendszerről beszélni, még további meggondolás szükséges. A gravitáció kikapcsolhatatlan, leárnyékolhatatlan kölcsönhatás, ezért ha csak ezt mondhatnánk, akkor az iner-

[1] Előzménye: Abonyi Iván: A Minkowski-világ, előadássorozat a TIT József Attila szabadegyetemén 1986-ban.

ciarendszer definíciója üres lenne. További tapasztalatok elemzésére van szükség.

Ma közismert fogalom a súlytalanság állapota. Ez beáll valahányszor

- egy űrhajó fedélzetén, ha pl. az a Föld körül műholdként súrlódásmentes (közegellenállás-mentes) Kepler-mozgást végez;
- egy űrszonda fedélzetén, ha az úgy megy, hogy hajtóművei nem üzemelnek és a súrlódás, a közegellenállás elhanyagolható;
- egy zsámolyról leugró ember „fedélzetén”, míg a szabadesés tart;
- a Föld fedélzetén a Naprendszer tagjaira vonatkozóan (!), de természetesen *nem* a Föld és a fedélzetén lévő tárgyak kölcsönhatására vonatkozóan (!);
- szabadon eső liftben.

Ezekben az esetekben a gyorsulva mozgó test fedélzetén, mint laboratóriumban nem észlelhető a gyorsuló mozgást kiváltó erő sem. Hiszen a „laboratórium” minden anyagi pontja ugyanannak az erőnek ugyanúgy esik áldozatul, így ezek a pontok ilyenkor a gravitációtól „megszabadulnak”, vagyis egymáshoz képest úgy mozognak, mintha a gravitációt sikerült volna kikapcsolni.

A gravitációtól való megszabadulás másik módja az eredő gravitációs (súly-) erő irányára merőleges pályára kényszeríteni a mozgást, de úgy, hogy ugyanakkor ezen a pályán a súrlódás elhanyagolható legyen (jégpálya, ami persze vízszintes, ami viszont épp a súlyerőre merőleges; továbbá vízszintes légpárnás asztal).

Mind a Kepler-mozgások, mind az említett kényszeres megoldások rávilágítanak azonban arra a tényre, hogy az inerciarendszerek ilyen bevezetése csak térben és időben korlátozott kiterjedésű lehet. Az inerciarendszer ezért csak lokális (nem univerzális) és momentán (nem öröklétű).

Konklúzió: be lehet vezetni lokális és momentán inerciarendszereket, amelyekben a magára hagyott test egyenesvonalú egyenletes mozgást végez. Vagyis nincs gyorsulása. Ha nincs gyorsulása, akkor a sebesség állandó, de bármilyen állandó lehet. Ezért, ha van egy inercairendszer, akkor mindjárt végtelen sok is van, ezek egymástól csak az egyenesvonalú egyenletes mozgás sebességének irányában és nagyságában különböznek. Ha egy *inerciarendszerben* egyszer azt tapaszaljuk, hogy egy mozgás nem egyenesvonalú és/vagy nem egyenletes, hanem gyorsuló, akkor bizonyosak lehetünk abban, hogy azt a másik test kölcsönhatása okozta, nem pedig valami ettől különböző extra megnyilvánulás. Ekkor Newton második axiómája jobb oldalán „anyagi test és anyagi test közti kölcsönhatás” szerepel, mint a gyorsulás oka. Alapvető követelmény, hogy az inerciarendszerek esetlegessége nem befolyásolja a megfigyelők kijelentéseit a természetről, hiszen az objektíve létezik. Olyan diszkrét (szerény) formalizmus kerestetik, amely az ineciarendszerek esetlegességét háttérbe szorítja. Ennek tapasztalatai alapja a Galilei által felismert relativitási elv, mely szerint: inerciarendszerek között fizikai (akkor még mechanikai) kísérletekkel különbséget tenni (közülük egyet kitüntetni) nem lehet. Ez más szóval annyit jelent, hogy pl. az emberi szervezet az egyenesvonalú mozgás sebességére nem érzékeny, de a kanyarra, és a sebesség nagyságának változására viszont igen.

A speciális relativitáselmélet fő célja az inerciarendszerek egyenjogúságának összes következményeit levonni. Kiindulási pontja az első lényeges mélységekben megismert kölcsönhatás, az elektromágneses kölcsönhatás alaptörvényeinek, a Maxwell-egyenleteknek a kísérleti ellenőrzése volt.

A gravitációt nem tekinthetjük „lényeges mélységeiben" megismert kölcsönhatásnak, mert csak statikus helyzetre vagy lassú változások esetére volt ismeretes, az erőtörvénye végtelen terjedési sebességet tételezett fel. Ezt nem értékítéletnek, hanem megállapításnak szánjuk, a gravitáció igen gyenge volta miatt gyakorlati nehézségekbe ütközött a változásának dinamikáját megfigyelni. Ezzel szemben az elektrodinamikában ez összehasonlíthatatlanul könnyebben és gyorsabban ment.

Michelson és Morley kísérlete (1880) arra a célra szolgált, hogy most már ne csak mechanikai, hanem optikai kísérlettel is megpróbáljanak az inerciarendszerek közül egyet kitüntetni, azt nevezetesen, amelyben a fény terjedési sebessége (vákuumban) c = 300 000 km/s. A kísérlet eredménye negatív, a Michelson-interferométer semmilyen forgatása, a Föld pályájának semelyik szakaszán, a Föld (forgása szempontjából érdekes) semelyik pontján nem lehetett változást tapasztalni a fény terjedési sebességében. Ebből levonták azt a következtetést, hogy a fény sebessége érzéketlen a fényforrás és/vagy az érzékelőkészülék sebességére. Megdőlt tehát a sebesség Galilei-féle összeadási szabálya, mely szerint pl. a Keleti pályaudvar állomásfőnökének lámpájából eredő fény a pályaudvarhoz képest v sebességgel mozgó kalauz fotocellájához $c + v$ sebességgel érne, ha a fény az állomásfőnöktől c sebességgel indul. Helyette olyan sebességösszetételt kell keresni, mely szerint

$$c + \text{\textit{bármi}} = c,$$

és ennek következményeit ki kell értékelni.

A Michelson-kísérlet konklúzióját így fogalmazhatjuk. Ha (x, t) egy inerciarendszer koordinátái, (x', t') egy másiké, amely az előbbihez az $x \,||\, x'$ tengely mentén v sebességgel mozog, akkor az egyik inerciarendszert IR-rel, a másikat IR'-rel jelölve, fennáll, hogy

$$\text{az } (x, t) \; IR\text{-ben} \qquad dx = c\,dt, \tag{1}$$
$$\text{az } (x', t') \; IR'\text{-ben} \qquad dx' = c\,dt'. \tag{2}$$

Itt a d előke az x ill. x'; a t ill. t' megváltozását jelenti, ami lehet véges vagy differenciális is. Az (1) és (2) kijelentésben ugyanarról a c-ről van szó. A két IR-et összekapcsoló megállapítás:

$$\frac{dx}{dt} = c = \frac{dx'}{dt'}, \tag{3}$$

vagyis átrendezéssel:

$$(dx)^2 - c^2\,(dt)^2 = (dx')^2 - c^2\,(dt')^2. \tag{4}$$

A rövidebb írásmód végett vezessünk be olyan mértékrendszert, hogy az időt is hosszban mérjük, más szóval c = 1 legyen. Ezzel a (3)-ból adódik

$$(dx)^2 - (dt)^2 = 0, \tag{4,a}$$

ami minden IR számára invariáns (változatlan érvényű) kijelentés a fényjel útjára vonatkozóan. Ez tehát tapasztalati tény.

Az egyik IR-ből a másik IR'-be bevezető koordinátatranszformációt, az egyik észlelő nyelve és a másik nyelve közti tolmácsszolgálat jelkulcsát, döntően (4) határozza meg. Világos, hogy

$$\left.\begin{aligned} x' &= F(x,t) \\ t' &= G(x,t) \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

kell legyen, (ahol *F* és *G* a változóinak egyelőre keresett függvénye), különben (4) nem teljesülhet. Legyen IR' olyan, hogy *x'*-tengelye párhuzamos IR *x*-tengelyével. IR' jobbra haladjon, IR origójától úgy, hogy amikor $t' = t = 0$, akkor az IR és IR' origói egybeesnek. Ezek csak egyszerűsítő, lényegtelen megszorítások. Az (5) transzformáció képletei ekkor H. A. Lorentz szerint

$$\begin{aligned} x' &= \kappa(x + vt) \\ t' &= \kappa(t + vx) \end{aligned} \qquad \kappa = \left(1 - v^2\right)^{-\frac{1}{2}} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} x &= \kappa(x' - vt') \\ t &= \kappa(t' - vx') \end{aligned} \qquad \kappa = \left(1 - v^2\right)^{-\frac{1}{2}} \tag{7}$$

alakúnak adódnak. Figyelem! Az előbb bevezetett c=1 mértékrendszert használjuk, ez dimenziót is jelent! Így (6) és (7) második sorában *x* ill. *x'* előtt tulajdonképpen v/c^2, a κ-ban v^2/c^2 állna!

Behelyettesítéssel könnyen igazolható, hogy (6) és (7) kielégíti (4)-et.

A (6) az IR'-be vezető, a (7) az IR'-ből az IR-be vezető transzformáció képletei, ezek írják le az IR-ből a hozzá képest *v* sebességgel mozgó IR'-be; ill. az IR'-ből a hozzá képest *(–v)* sebességgel mozgó IR-be való áttérés szabályait. A (6) és a (7) az inerciarendszerek közötti Lorentz-transzformáció képletei.

Első megfigyelés: a (7) a (6)-ból úgy kapható, hogy a vesszőket a vesszőtlenekre áttelepítjük, és a *v* helyett *(–v)*-t írunk. Tehát (6) és (7) kölcsönösen azonos alakú.

Második megfigyelés: a (6) és (7) a megváltozásokra

$$dx' = \kappa(dx + vdt)$$
$$dt' = \kappa(dt + vdx)$$

$$dx = \kappa(dx' - vdt')$$
$$dt = \kappa(dt' - vdx')$$
$$\kappa = \left(1 - v^2\right)^{-\frac{1}{2}} \tag{9}$$

alakú. Mozogjon egy pont IR-ben, hozzá képest dx/dt = w sebességgel, mekkora lesz ez a $\frac{dx'}{dt'}$ sebesség az IR'-ben? Röviden: minthogy *w'* = *dx'/dt',* (8) első egyenletét osszuk a másodikkal:

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{\kappa(dx + vdt)}{\kappa(dt + vdx)} = \frac{dx + vdt}{dt + vdx}.$$

Osszuk számlálót-nevezőt *dt*-vel a jobb oldalon:

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{\frac{dx}{dt} + v}{1 + v\frac{dx}{dt}}.$$

A hányadosok – a határmenet elvégzése után – maguk a megfelelő pillanatnyi sebességek:

$$w' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{w + v}{1 + vw}. \tag{11}$$

Ez a sebességösszetétel új törvénye. Vizsgáljuk meg, mi lesz *w'*, ha *w = 1* (vagyis mértékrendszerünkben *w* épp a fénysebesség)? Válasz:

$$w' = \frac{1 + v}{1 + v} = 1, \tag{12}$$

tehát *w' = 1* (mértékrendszerünkben épp a fénysebesség).

Tanulság: bármekkora is *v*, a fénysebességgel kombinálva nem jut szerephez.

Megjegyzés: Ez a Lorentz–Einstein-féle (11) sebességösszetétel a szokásos mértékrendszerben az

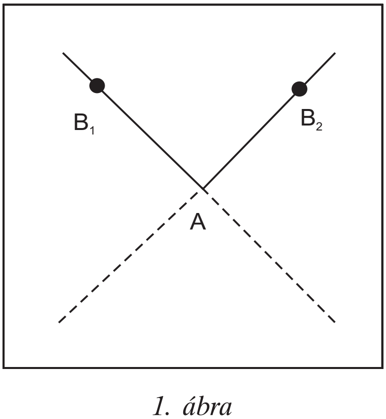
$$w' = \frac{w + v}{1 + \frac{vw}{c^2}} \tag{13}$$

alakot ölti. Megemlítjük, hogy a (13) sebességösszetételt – áramló közegek optikai törésmutatójának kísérleti vizsgálatával – Fresnel és Fizeau már 1851-ben méréseivel igazolta.

*

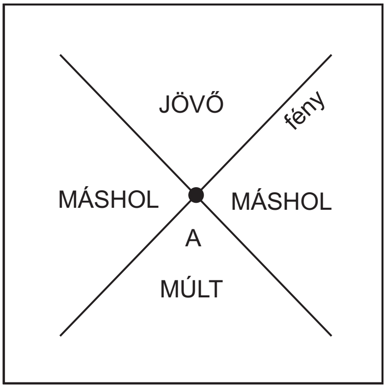
Áttérhetünk most az eseménytér geometriai tulajdonságainak elemzésére. Az eseményből csak annyit kell még most is megragadni, hogy valahol és valamikor valami történik. Ezt sok egyenrangú inerciális megfigyelő írja le. E megfigyelők tudják, hogy egyetlen biztos tényre számíthatnak, ami mindegyiküknek egyformán igazat mond, ez a fény sebessége (vákuumban). Ezért koordinátahálózatukat és időhálózatukat a maguk vonatkoztatási rendszerében a fényjelek futásának ismételt felhasználásával építik fel. A technikai eszközök kivitelezhetősége nem elvi feltétel, ezért úgy vesszük, hogy az eszközök rendelkezésünkre állnak. Az eseménytér (amit mostantól kényszerűségi okokból csak két dimenzióban ábrázolunk) egyik pontjában vagyunk jelen most (itt és most). Egy másik pontban eljuttatunk egy tükröt. Mi egy fényjelet indítunk és megmérjük az oda-visszafutás idejét, amit *2c*-vel osztva adódik *r*, a másik pont tőlünk mért távolsága. Ezt az adatot levélben leírjuk, és egy szabvány órával együtt elküldjük segédünkkel a másik pontba, utasítva az ottani megfigyelőt, hogy az órát a következő fényjel beérkezésekor állítsa $\frac{r}{c}$ értékre, majd ellenőrizze, hogy az ismételten egymásra következő jelek beérkezésekor az órája az ismételten egymásra következő értékeket mutatja. Ezt a folyamatot *az órák szinkronizálásának nevezik.* Ezt minden megfigyelő elvégezteti minden segédjével. Ezáltal minden inerciarendszer (megfigyelő) számára kiépítettünk egy a fény vákuumbeli terjedési sajátságain alapuló koordináta- és időhálózatot.

Az eseményteret (a továbbiakban a világot) *most vonalakkal látjuk el.* Az 1. ábra *A* pontjából fényjeleket küldünk jobbra és balra. E jelek összekötik azokat a *B* eseményeket, hogy ott és akkor ez a fényjel átfutott. Az *A*-ba segédeinktől jobbról és balról érkezik fényjel, ennek megfelelően a balról jobbra és a jobbról balra, rajtunk is áthaladó fényjelek pályája rendelkezésre áll. Ez olyan két egyenes, mely az *A*-ban metszi egymást és a fény térbeli és időbeli terjedését ábrázolja, az $x - t = 0$, és az $x + t = 0$ lesz az egyenesek egyenlete. Mindkettő kielégíti az $x^2 - t^2 = 0$ egyenleteket, ami a Lorentz-transzformáció alaptulajdonsága szerint minden inerciális megfigyelőnek



1. ábra

invariáns, (vagyis ugyanilyen alakú). (Tessék meggyőződni róla!) Ez a konstrukció az eseménytér bármely pontjában elvégezhető. Így az eseménytér minden A pontban felosztható négy szektorra és köztük egy határfelületre (2. ábra). Az analitikus geometriából tudott, hogy az A metszéspontú $x^2 - t^2 = 0$ egyenespár feletti résznél és alatti résznél $x^2 - t^2 < 0$, a jobb és bal oldali résznél $x^2 - t^2 > 0$. Minthogy $x^2 - t^2 = 0$ Lorentz-invariáns, így Lorentz invariáns lesz az $x^2 - \mathrm{t}^2 = \pm \mathrm{d}^2$ is, tehát maga d^2 is.



2. ábra

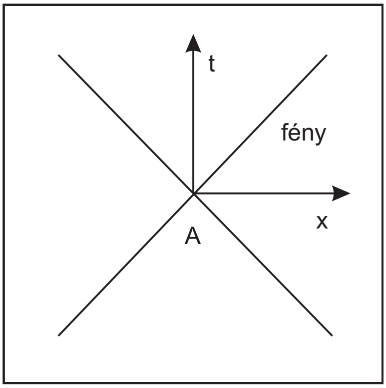
Elnevezések: ha az $x^2 - t^2 < 0$ túlnyomó részt időjellegű, ezen belül a $t > 0$ tartomány az $A(0{,}0)$-hoz képest a jövő, mert később van. Az $x^2 - t^2 < 0$, és a $t < 0$ tartomány az $A(0{,}0)$-hoz képest a múlt, mert korában van. Az $x^2 - t^2 > 0$ pedig túlnyomórészt távolság jellegű, mert másutt van [$A(0{,}0)$-hoz képest].

Állítás: Nincs olyan megfigyelő (olyan IR), melyből nézve ez a felosztás megváltozna. Bizonyítás: a felosztás alapjául szolgáló $x^2 - t^2 = d^2$ kifejezés Lorentz-(transzformációval szemben) invariáns (mint előbb láttuk).

Ezzel ezt az állítást bizonyítottuk.

További elnevezések: az $x^2 - t^2 < 0$ tartományt (A-hoz képest) időszerűnek, az $x^2 - t^2 > 0$ tartományt (A-hoz képest) térszerűnek nevezzük.

Az $A(0, t)$ egy olyan vonal (3. ábra), ami azt ábrázolja, hogy az origóban valami van, onnan megy el, de felette múlik az idő. Ez tehát eseménysor, neve legyen *világvonal,* (állok az Operánál és nem mozdulok onnan, pedig már dél van, sőt lassan éjfél stb.). Legyen ez az „itt” tengely, az időtengely (melyre $x = 0$). Ez a világvonal időszerű, a jövőbe mutat. Húzzuk meg most az $A(0{,}0)$-hoz egyidejű eseményeket összekötő vonalat (itt $t = 0$, ez a „most” tengely), ez a vonal az x-tengely, „abszolút máshol” lévő eseményeket köti össze, térszerű irányú.



3. ábra

A térszerű és időszerű szektorok közti határfelület az $x^2 - t^2 = 0$, mint láttuk, a fényjel útja. A 2. és 3. ábrán szereplő fény-egyenespárt *fénykúpnak* nevezzük abból kifolyólag, hogy a tényleges helyzetet egy

$$x^2 + y^2 + z^2 = t^2,$$

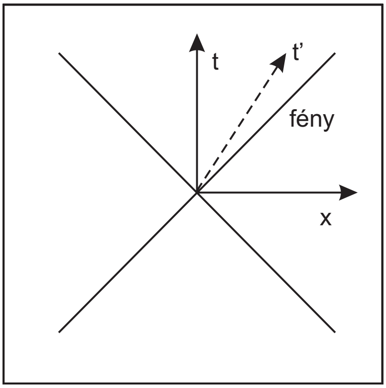
vagyis

$$(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} = \pm t,$$

alakú egyenletnek megfelelő alakzattal kellene ábrázolni. A legegyszerűbb, ha ezt $z = 0$ esetén ábrázoljuk: ez akkor egy kúp palástja. Innen ragadt rá a szemléletes elnevezés: a fénykúp.

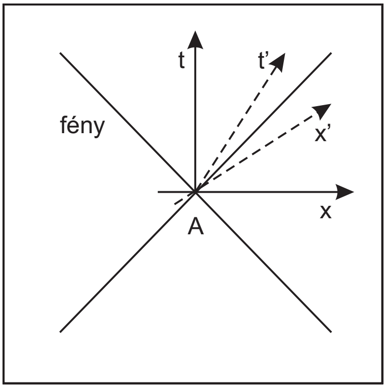
Ábrázoljunk most ebben az IR-ben mozgásokat! Mozgás legyen $x = ut$, ahol u kicsi ($u < 1$). Megszoktuk ezt az alakot, pedig most jobb lenne ugyanezt

$$t = \frac{1}{u} x$$



4. ábra

alakban írni. Ekkor ugyanis a mozgás során érintett eseménysort a 4. ábra szaggatott vonala ábrázolhatná. A $c = 1$ mértékrendszerben vagyunk. Ezért a fénykúp $\pi/2$ nyílásszögű. A vizsgált mozgás u sebessége is ebben a mértékrendszerben értendő. Akkor $1/u$ tulajdonképpen c/u, az egyenes iránytangense tehát egynél nagyobb, az egyenes biztosan a fénykúp belsejében fut. Ez így is van rendjén, egy világvonal szükségképpen időszerű. Ahogy a sebesség nő, úgy hajlik a fénykúp felé a mozgást ábrázoló egyenes. Itt jegyezzük meg, hogy a világvonal – mint időszerű vonal – természetesen nem bukhat a fénykúp alá, mert akkor már térszerű lenne. Ezért a világvonal iránytangense a szokásos mértékrendszerben véve $c/u > 1$ kell legyen, vagyis $c > u$, tehát a test u mozgási sebessége a fény (vákuumbeli) terjedési sebességénél kisebb kell legyen. Különben az időszerű és térszerű elválasztás – már fentebb beigazolt – abszolút felbontása sérülne.



5. ábra

Ez a megállapítás a (12) képlettel idézett sebesség-összeadási határesettel karöltve jelenti a (vákuumbeli) fénysebesség *határsebesség* jellegét.

Az 5. ábrán az egyik IR' megfigyelő hozzánk képest végzett mozgását kívánjuk most ábrázolni.

Az IR' barátunk, aki maga ugyanazt megtehette, amit mi eddig, számunkra a (6) képletekkel van adva. Ahogyan a mi időtengelyünk egyenlete $x = 0$ volt, a mi helytengelyünké pedig a $t = 0$, ugyanúgy neki is $x' = 0$ lesz az időtengelye, $t' = 0$ pedig a helytengelye. Csakhogy (6) szerint az $x' = 0$ feltétel a

$$x + vt = 0 \qquad \text{(t'-tengely)} \tag{14}$$

követelményhez, a $t' = 0$ feltétel pedig a

$$t + vx = 0 \qquad \text{(x'-tengely)} \tag{15}$$

követelményhez vezet. S minthogy (14)-ből

$$t = -\frac{1}{v}x \qquad \text{(t'-tengely)} \tag{16}$$

adódik, (15)-ből pedig

$$t = -vx, \qquad \text{(x'-tengely)} \tag{17}$$

továbbá $v < 1$, tehát $1/v > 1/v > 1$, és így a t' tengely az 5. ábrán a fénykúp fölé: a fénykúp és a t-tengely köz-, míg az x'-tengely a fénykúp alá: a fénykúp és az x-tengely közé fog esni. Az iránytényezők reciprocitása pedig épp azt jelenti, hogy a tt' hajlásszög egyenlő az xx' hajlásszöggel.

1. Következtetés: Az egyidejűség relativitása

Ha IR-ben a $t = 0$-nak az x-tengely felel meg (ez az A-val IR-ben egyidejű események serege), akkor az IR'-ben a $t' = 0$-nak az x'-tengely felel meg, (ez az A-val az IR'-ben egyidejű eseménynek serege). Figyeljük meg, hogy az IR-ben egyidejű események *nem azonosak* az IR'-ben egyidejű eseményekkel. Ez a fogalom a vonatkoztatási rendszertől függővé vált!

2. Következtetés: Az azonoshelyűség relativitása

Ha az IR-ben az $x = 0$-nak felel meg a t-tengely (az az A-val azonos helyű események serege), akkor az IR'-ben az $x' = 0$-nak felel meg a t'-tengely (ez az A-val az IR'-ben azonos helyű események serege). Figyeljük meg, hogy az IR-ben azonos helyű események *nem azonosak* az IR-ben azonos helyű eseményekkel.

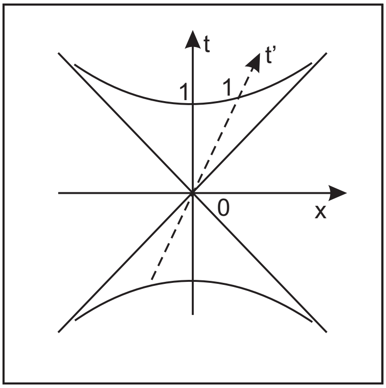
Ez a fogalom is a vonatkoztatási rendszertől függővé vált!

Most áttérünk a mértékegységek Lorentz-transzformációjának vizsgálatára. Mint láttuk, az $x^2 - t^2 = d^2$ Lorentz-invariáns. Legyen most $d^2 < 0$, és $d^2 = -1$. Ekkor

$$x^2 - t^2 = -1,$$

tehát az időszerű tartományban vagyunk, és a különböző inerciarendszerek időegységeit vizsgáljuk. Világosabban:

$$t^2 - x^2 = 1. \quad (18)$$



6. ábra

Ez az (x, t) koordinátarendszerben egy a t-tengely körül nyíló hiperbola-pár, ahogyan a 6. ábra mutatja. A hiperbolákon minden pontra a bal oldal egységnyi. Minthogy a hiperbolapontok irányai A-ból nézve időszerűek, ezek lesznek pl. az 1 sec értékei, a különböző inerciarendszerekben. Láttuk, hogy IR'-ek t'-tengelyei a t-tengely és a fénykúp között futnak. Ezért a t' skáláján az egységpontot a t'-tengely és az egységhiperbola metszéspontja fogja kiadni. Ebben az ábrázolásban is látszik, hogy az IR-hez képest mozgó IR'-k órái annál lassabban járnak, minél nagyobb az IR' sebessége IR-hez képest. A konkrét megállapítást lásd a későbbiekben (21).

Legyen most a Lorentz invariáns

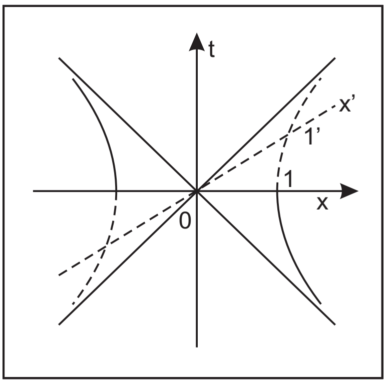
$$x^2 - t^2 = d^2$$

képletében $d^2 > 0$ és $d^2 = 1$. Ekkor

$$x^2 - t^2 = 1,$$

tehát a térszerű tartományban vagyunk és a különböző inerciarendszerek hosszegységeit vizsgáljuk. Világosabb elrendezésben ez az

$$t^2 - x^2 = -1 \quad (19)$$



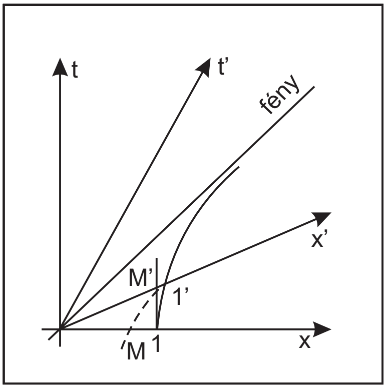
7. ábra

alakot ölti, ami az x-tengely körül nyíló hiperbolapár, ahogyan a 7. ábra mutatja. Minthogy az IR' x'-tengelye az IR x-tengelye és a fénykúp között fut, az IR' távolságegysége a hiperbola és az x'-tengely metszéspontja lesz. Az IR-ből nézve a mozgó testek hossza annál rövidebbnek látszik, minél nagyobb az IR' sebessége az IR-hez képest.

A konkrét megállapítást lásd a későbbiekben (20).

Áttérhetünk most a mozgó testek hosz-

szának mérésére. Mint fentebb az *x*-tengely az IR-ben a $t = 0$ tulajdonságú események serege volt most egy test hosszának – egy IR megfigyelő számára – tekintsük azt a távolságot, amit a hozzá képest nyugvó megfigyelő *egyidejűleg* mérhet (segédeivel) a két végpont között. Nevezzük ezt a távolságot *egyidejű lenyomatnak.* Ha éppen az IR méterrúdjáról van szó, ez az *x*-tengely 0 és 1 osztásai közti darab (7. ábra). Láttuk azt is, hogy az egyidejűség relativitása miatt IR'-nek nem ezek az események lesznek egyidejűek. Az IR' és segédei számára ez a hossz mozog. Ők ezt a mozgási hosszat úgy mérik meg, hogy pl. a balról jobbra haladó rudat várva a segédek baloldali fele azt az utasítást hajtja végre, hogy óráját a rúd (bal) végének elhagyásakor nyomja meg, a jobb felé pedig a rúd (jobbra lévő) elejének elhagyásakor, majd ezután kikeresik azokat a segédpárokat, akiknek ugyanabban a pillanatban állt meg az órájuk és lemérik a párok tagjainak egymástól való (együttmozgó, tehát nyugalmi) távolságát. Nincsen csodálkozni való, hogy ez más eredményre vezet, mint IR-ben (ugyanis a *fényterjedés* az abszolút!) Mármost ez a Minkowski-síkon így ábrázolható (8. ábra). Az IR méterrúdjának két vége IR'-ben nem egyidejű, és viszont. Az IR számára az IR' méterrúdjából (az 0–1' távolságból az *x'*-tengelyen) az *OM'* szakasz lesz egyidejű. Ezt úgy kapjuk, hogy az 1. pontból a *t*-tengellyel húzunk párhuzamost, ami *M'*-ben metszi az *x'*-tengelyt. Az OM' szakasz az IR'-ben mért hossza az IR méterrúdjának. Érdekes módon *OM' < 01'*, ugyanis a *01'* távolság lenne IR'-ben egységnyi. Tehát a mozgási hossz rövidebb, mint a nyugalmi hossz. Lássuk: mit tud mondani IR' az IR méterrúdjáról? Neki az egyidejű lenyomat a *t'*-tengellyel párhuzamos az *1'* ponton keresztül, ez kitűzi az *x*-tengelyen a *M* pontot, *OM < 01*, pedig *01* volna az egységnyi. Tehát az IR' a saját méterrúdjánál rövidebbnek méri IR méterrúdját.



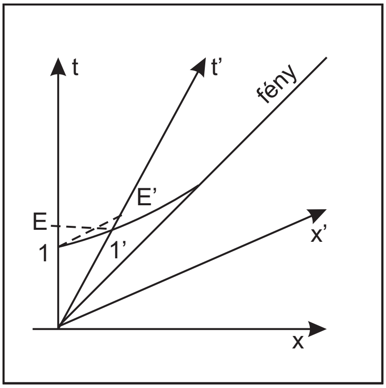
8. ábra

Figyeljük meg IR és IR' *egybehangzó kijelentését:* a mozgási hossz rövidebb, mint a nyugalmi. Minden IR-ben ugyanúgy szól a mozgási hosszra vonatkozó törvényszerűség. Íme: új – természetes – megnyilvánulása az inerciarendszerek megkülönböztethetetlenségének.

Megjegyzés: a rövidülés arányai is kiolvashatók lennének a hiperbola érintőinek geometriai tulajdonságaiból, de a Lorentz-transzformáció (6), (7) képleteiből is könnyen kifejezhetők:

$$L' = \frac{1}{\kappa} L = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} L \qquad (20)$$

(a hagyományos mértékrendszerben). A jelenséget *hosszkontrakciónak* nevezik, szokás *Lorentz-kontrakcióról* is beszélni.



9. ábra

Most az időtartamok mérését diszkutáljuk. Ahogyan az előbb a hosszmérésnél egyidejű lenyomatot vizsgáltunk a mérendő hosszúság két végénél, úgy itt az időtartam mérésénél, az azonos helyű lenyomatra kell koncentrálni figyelmünket. A viszonyokat a 9. ábra mutatja. Vizsgáljuk először IR-ből tekintve IR' óráját. IR órája első tikkjének megfelelő IR-beli *1* eseménnyel nem azonos helyű az IR' órájának első tikkjéhez tartozó *1'* esemény. Az IR' *1'*-eseményével azonos helyű esemény az IR-ben az az *E*, amelyet az *x*-tengellyel párhuzamosan metszünk ki a *t*-tengelyen, az *1'* eseménytől kiindulva.

Így látható, hogy amikor IR' órája még csak az első tikknél tart, IR órája már ennél többet mutat, *0E > 01'*, hiszen a hiperbola tulajdonságai szerint *01' = 01*. Tehát a mozgó óra (IR') időegységei az álló (IR) óráéhoz képest megnőttek, az idő mintha megnyúlt volna. – Most viszont az IR' szempontjából mondjuk el a történteket. Ekkor IR' áll IR (balra) mozog. IR'-ből nézve az *1* eseménnyel azonos helyű az az *E'* esemény lesz, melyet az *x'*-tengellyel az *1* eseményen keresztül, párhuzamosan húzva a *t'*-tengelyen mint *E'* pontot tűzünk ki.

Mármost leolvashatóan: *0E' > 01'*, tehát *0E' > 01*, az IR-nek az IR'-hez képest mozgó órája mutat megnyúlt egységeket, mintha a mozgó óra számára az idő megnyúlt volna.

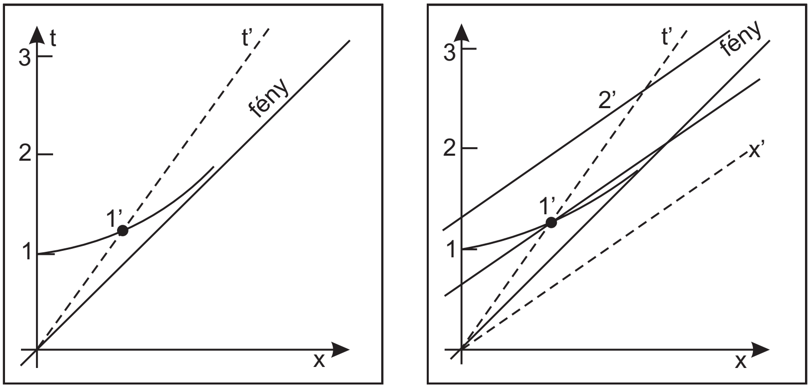
Ez a jelenség, amit idődilatációnak neveznek, a Lorentz-transzformáció (6), (7) képleteiből is kivolasható,

$$T' = T\kappa = \frac{T}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad (21)$$

(a hagyományos mértékrendszerben).

Ez a kölcsönös kijelentés, mindig az álló órához képest nyúlnak meg a mozgó óra időegységei. Ez a kölcsönösség rendjén is van így, hiszen – mint reméltük – ezúton sem lehet az inerciarendszerek között az egyiket kitüntetni a másikkal szemen, s még egyszer: mindezek a fénysebesség állandóságának (vagyis a megfigyelők mozgásállapotától való függetlenségének) a következményei, – lásd pl. egyidejűség és az azonoshelyűség relativitását.

Felfigyelhettünk már arra, hogy az egyes fizikai mennyiségek mérésénél az a megfigyelő van bizonyos előnybe, amelyik a kérdéses jelenséghez képest nyugalomban van, vagyis vele együtt mozog. *Az együttmozgó megfigyelő* mérési eljárása alkalmas arra, hogy belőle a jelenségre jellemző *abszolút mérőszámokat* megkaphassuk. Ilyen példánk volt a nyugalmi (együttmozgó megfigyelő által mért) L hossz (20) és a T nyugalmi időtartam (21).



10. ábra

Miként a 10. ábra is szembeszökően mutatja, az *11'* pontokon átmenő hiperbola a *t,* ill. *t'* tengelyeken az egységpontokat jelöli ki, az IR-nek a *t*-tengelyen, az IR'-nek a *t'*-tengelyen. Világosan látszik, hogy az IR-ben egyidejű események (az *x*-tengely, ill. azzal párhuzamos egyenesek, amelyek a $t = 0$, ill. a különböző $0\ t = konstans$ időpontokkal egyidejű események mértani helyei) *nem azonosak az IR' szerint egyidejű eseményekkel.* A 10. ábra jobb oldali rajza ugyanis az IR' *t'*-tengelyén mért időpontokhoz tartozó egyidejű eseményeket mutatja, amelyek az *x'*-tengellyel párhuzamos egyeneseken helyezkednek el. Az is világosan leolvasható, hogy akár az IR (a bal oldali rész), akár az IR' (a jobb oldali rész) megfigyelőinek hisszük el, hogy *„ők állnak"* és a másikbeliek *„mozognak"* (relativitás), mindkét esetben *egybehangzóan* az az állítás, hogy a mozgó megfigyelő valamely két esemény közti időtartamot nem ugyanakkorának észleli. Azok a megfigyelők, akik az időtartam elején és végén lévő eseményeket azonoshelyűnek tapasztalják – azt állítják tehát, hogy a két esemény *ugyanott* történt, de máskor – ezt az időtartamot a *leghosszabbnak* mérik (az összes lehetséges többi inerciarendszer megfigyelői között).

Legyen világos, hogy *két különböző* dologról lehet szó. Első az, hogy az IR megfigyelőjének *0* és a $t = 1$ pontjai közti időtartalmot IR' nem látja egységnyinek, hanem annál rövidebbnek, és ennek megfelelően az

IR'-ben az *0* és a *T = 1* pontjai közti időtartamot meg IR nem látja egységnyinek, hanem annál rövidebbnek. Az időtartamok mérőszámai tehát kölcsönösen relatívak. Ez a viszonylagosság arra hívja fel a figyelmünket, hogy itt nem a vizsgált folyamat lassul le, hanem az észlelők különböző mozgásállapota választ ki más és más felbontást, perspektívát az eseménytér szemléletében.

A téridő különböző mozgásokra különbözőképpen bomlik fel térre és időre.

Az ügy fontossága miatt tekintsük át mégegyszer az idődilatációt, most az ívelemnégyzet vizsgálatával. Ez fog elvezetni egyben az előző bekezdésben említett „másik dologhoz".

Az origó és a mi IR vonatkoztatási rendszerünk *1'* jelű pontja, mint két esemény között írjuk fel a Lorentz-invariáns

$$I = t^2 - \frac{1}{c^2} x^2 \tag{22}$$

kifejezést, ahol x és t az IR-ben mért adatok. Egyetlen kikötés, hogy *0* és *1'* intervalluma, elválasztása *időszerű* legyen, tehát $I > 0$. Ha (22) Lorentz-invariáns, akkor értéke ugyanakkora egy másik, az IR' megfigyelő számára is, aki az előző IR-hez képest v sebességgel mozog úgy, hogy a két vizsgált esemény, az *0* és az *1'* az ő számára *azonos helyű* legyen. Ezzel egy kitüntetett vonatkoztatási rendszerünk van! Az IR'-nek tehát az egyébként is időszerű *01'* egyenes éppen a *t'*-tengelye lesz. Ekkor az IR'-ben fennáll, hogy

$$I = t^2 - \frac{1}{c^2} x^2 = T^2 \tag{23}$$

ahol T az IR'-ben mért időkoordináta, az IR' szerint az 01'-nek megfelelő időtartam. De mivel a vonatkoztatási rendszer megválasztása miatt $x = vt$, ezért,

$$t^2 - \frac{v^2}{c^2} t^2 = T^2,$$

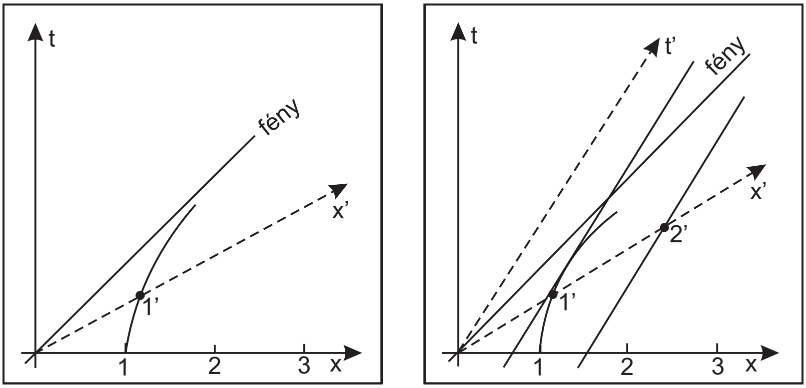
vagyis,

$$T^2 = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) t^2, \tag{24}$$

tehát,

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot T\left(\text{nyugvó}\right) = t\left(\text{mozgó}\right),$$

vagyis megkaptuk a (22) összefüggést.



11. ábra

Viszont világosan látszik, hogy az *01'* időszerű elválasztást az IR' *teljes egészében* „kisajátítja” és időként éli meg, míg IR mintegy *időből és mozgásból teszi össze*, az IR időként csak az *01* összetevőt éli meg.

Ez tehát nem a fizikai folyamat sajátja, hanem a téridő mozgásbefolyásolta felbontása, „perspektívája”.

A hosszmértékegységekre áttérve, a 11. ábra szembeszökően mutatja, hogy a *11'* pontokon átmenő hiperbola az *x*, ill. *x'* tengelyeken az egységpontokat jelöli ki, az IR-nek az *x*-tengelyen, az IR'-nek az *x'*-tengelyen. Világos, hogy az IR-ben azonos helyű események (a *t*-tengely, ill. azzal párhuzamos egyenesek, amelyek az $x = 0$, ill. a különböző $0 < x =$ konstans helyekkel azonos helyű események mértani helyei) *nem azonosak az IR' szerint azonos helyű eseményekkel.* A 11. ábra jobb oldali rajza ugyanis az IR' *x*-tengelyén mért helyekhez tartozó azonos helyű eseményeket mutatja, amelyek a *t'*-tengellyel párhuzamos egyeneseken helyezkednek el. Az is világosan leolvasható, hogy akár az IR (bal oldali rész), akár az IR' (jobb oldali rész) megfigyelőinek hisszük el, hogy ők állnak, a másikak pedig mozognak (relativitás), mindkét esetben egybehangzóan az az állítás, hogy a mozgó megfigyelők a térbeli távolságot nem ugyanakkorának mérik, mint az együttmozgó (a mért hosszhoz képest nyugalomban lévő, tehát az egyidejű lenyomatot vizsgáló) megfigyelők, akik viszont a leghosszabbat mérik. A viszonylagosság hívja fel a figyelmet arra, hogy *ez nem a vizsgált fizikai folyamatban a hossz kontrakciója*, hanem a mozgó észlelők mozgása okozta más „perspektíva” az események szemléletében. A téridő más mozgások esetén másként bomlik térre és időre.

Az ügy fontossága miatt itt is nézzük meg mégegyszer, hogyan kezelhető a hosszkontrakció az ívelemnégyzet vizsgálatával. Az origó és az IR *1'* jelű pontja, mint két esemény között írjuk fel a Lorentz-invariáns

$$J = x^2 - c^2t^2 \tag{25}$$

kifejezést, az intervallum két esemény között most – a (22)-nek $(-c^2)$-szerese lévén – térszerű. Ha (25) Lorentz-invariáns, akkor értéke ugyanakkora egy olyan IR' megfigyelő számára is, aki az előző IR-hez képest v sebességgel mozog úgy, hogy a két vizsgált esemény (0 és 1') az ő számára *egyidejű* (csak különböző helyen van, vagyis térbeli elválasztású). Ezzel kiválasztottunk egy kitüntetett vonatkoztatási rendszert: Ennek az IR'-nek tehát az egyébként is térszerű *01'* egyenes éppen az x'-tengelye. Ekkor a J-re fennáll, hogy

$$J = x^2 - c^2t^2 = X^2, \tag{26}$$

ahol X az IR' szerint az *01'*-nek megfelelő hossz. De mivel (7) szerint (hagyományos mértékrendszerben)

$$ct = \kappa \frac{v}{c} X, \tag{27}$$

ezért,

$$x^2 - \frac{v^2}{c^2} X^2 = X^2,$$

vagyis

$$X^2 = X^2\left(1 + \kappa^2 \frac{v^2}{c^2}\right).$$

A jobb oldalon a zárójelben látható tényező a κ (6) és (7) mellett rögzített definíciója miatt

$$1 + \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Ezért

$$x^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = X^2.$$

Így az IR-ben nyugvó x hosszúságot a hozzá képest v sebességgel mozgó IR' megfigyelői

$$X = x\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

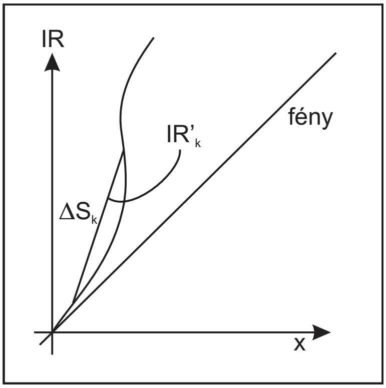
hosszúnak mérik, amivel a (20) összefüggést kaptuk vissza.

Itt is világosan látszik, hogy az *01'* térszerű elválasztás az IR' teljes egészében kisajátítja és térként (hosszként) éli meg, míg IR mintegy *hosszból és mozgásból* teszi össze, hosszként csak az *01* összetevőt éli meg.

Ez tehát nem a fizikai test valamiféle zsugorodása, hanem a téridő mozgás-befolyásolta felbontása, perspektívája.

Most egy görbült világvonalat tekintünk – amely gyorsuló mozgásnak felel meg, mert érintője, tehát a sebesség a görbe mentén változik – ekkor felmerül az egyes infinitezimális szakaszok adta időtartamok összegzésének problémája.

Egyenes világvonalnál nem volt probléma, mert az egyenes érintője mindvégig önmaga, az egyenes világvonal mindvégig ugyanazt az egyenesvonalú egyenletes mozgást, tehát állandó sebességű megfigyelőt ábrázolja, mint IR'-t, tehát a (21) képlettel számítható az eltelt idő a mozgás *A* és *B* közti szakaszára.



12. ábra

Görbe világvonal esetén elveszítjük azt a lehetőséget, hogy egyetlen inerciarendszerrel közelíthessük a görbét. A görbe világvonalhoz úgyszólván pontonként, a lokális és momentán inerciarendszerek népes sokaságát kell egymásután hozzárendelni, hogy az elemi szakaszokon alkalmazni lehessen a (21) képletet. Mekkora lesz így egy görbe világvonalszakasz befutásának ideje? Mielőtt kiszámítjuk, elnevezzük. Minthogy a világvonal mentén a parányi szakaszonként együttmozgó megfigyelők által mért időjárulékok szakaszonként az együttmozgó (nyugalmi) időtartam járulékait adják, a belőlük összegzett időt *sajátidőnek* fogjuk nevezni. Kiszámításakor pedig úgy fogunk eljárni, hogy a görbe világvonalon osztópontokat helyezünk el olyan közel egymáshoz, hogy a szomszédos osztópontokat egyenes húrokkal összekötve a kívánt pontossággal közelíthessük meg a görbe vonalat. Egy-egy ilyen húrdarab: egyenes világvonal (12. ábra). A k-adik darabra alkalmazzuk a (21) képletet. Éspedig oly módon, hogy azt a húrdarabot az IR' inerciális vonatkoztatási rendszernek tekintjük. Így az IR órájához képest az IR' órája (azon a szakaszon):

$$\Delta t_k = \sqrt{1 - \frac{v_k^2}{c^2}} \cdot \Delta t'_k$$

időtartam elteltét mutatja. A görbe világvonalat *A* és *B* között megközelítő húregyüttesen végigkövetve a mozgást, az IR-ben

$$\tau_B - \tau_A = \sum_k \sqrt{1 - \frac{v_k^2}{c^2}} \cdot \Delta t'_k \qquad (28)$$

idő telik el, míg az egyes húrdarabok mentén Δt_k'. Ha most az osztópontok számát minden határon túl növeljük és a szomszédos osztópontok közti húrdarabok hossza minden határon túl csökken, akkor (28) jobb oldala, vagyis a

$$\sum_{k=1}^{\infty}\sqrt{1-\frac{v_k^2}{c^2}}\cdot\Delta t'_k$$

kifejezés a görbe mentén veendő

$$\int_A^B\sqrt{1-\frac{v^2(t')}{c^2}}\,dt' \qquad (29)$$

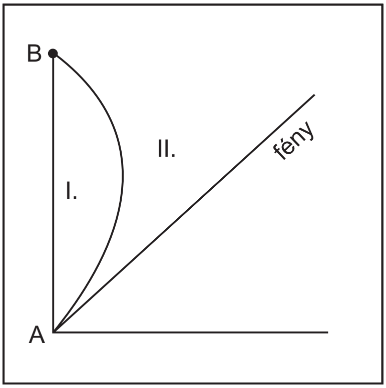
integrállal lesz előállítható. Végeredményben a *görbe világvonalon eltelt sajátidőt A és B között* a

$$\tau_B-\tau_A=\int_A^B\sqrt{1-\frac{v^2(t)}{c^2}}\,dt \qquad (29)$$

képlet adja meg.

Nyilvánvaló, a (29) sajátidőtartam abban az esetben lenne a leghosszabb, ha a gyökjel alatt nem volna $v^2\neq 0$, vagyis az IR álló megfigyelővel mindvégig együttmozgó testről lenne szó. De ez lehetetlen, mert IR egyenesvonalú egyenletes mozgást végez, egyenes a világvonala. Ha pedig az A és B pontok között görbe világvonalat tételezünk fel, akkor a görbe mentén okvetlenül kell, hogy $v^2\neq 0$ legyen. Így a görbe világvonal mentén, két esemény között eltelt sajátidő bizony kevesebb lesz, mint az egyenes világvonal mentén ugyanazon két esemény között:

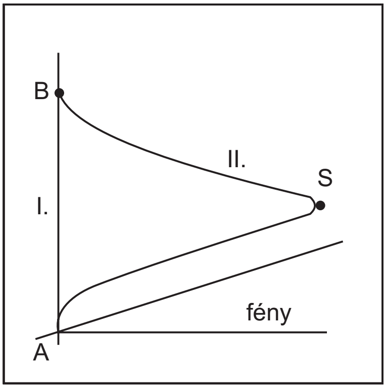
A sajátidő kérdésével kapcsolatos az *ikerparadoxon vagy óraparadoxon* néven ismert probléma.



13. ábra

Legyen két megfigyelő, I és II (13. ábra). Az I. maradjon a helyén (A) a kísérlet során, míg II. induljon el onnan mondjuk egy távoli csillag felé, majd felderítő útja végeztével térjen vissza (B). Az *A* az indulás eseménye, *B* a II. visszaérkezése. Ha I és II indulásakor szinkronizált óráit egyeztette, pl. ikrek (= egyidősek) voltak, a (29) alapján azonnal látható, hogy az egyhelyben maradó I. megfigyelő felett *A* és *B* között hosszabb idő telik el, mint a II. felett. Számukra ez már kissé magától értetődőnek tűnik. A II. világvonal görbe kell legyen, mert másként nem tudna B-be jutni A-ból, ezért *változó* a sebessége, de mindenesetre nem nulla, (I-hez képest). Így (29) II számára kevesebb időt jelent, mint I számára, akinek $v = 0$ volt állandóan.

A történetiség kedvéért idézzük csak a probléma „ikerparadoxon-megfogalmazását". Ha minden inerciarendszer egyenrangú, hogyan lehet az, hogy II, aki – elhanyagolhatóan rövid gyorsítási-fékezési szakaszoktól eltekintve – inerciarendszernek tekinthető, mégis kevesebb idő elteltével éli meg A és B között, mint helybenmaradó párja. Szokás ehhez a megfogalmazáshoz a 14. ábrát mellékelni. Az (ál)paradoxon feloldása: I valóban inerciarendszer – egyenes világvonallal, viszont II A-ban indulva *gyorsul,* hogy hamarosan elég nagy sebességre tegyen szert, melyen (21) előnyeit majd élvezheti. De II S-nél meg kell hogy forduljon, (ismét gyorsulás, még ha először fékezésről van is szó), majd B-nél fékeznie kell, hogy ikre mellé állhasson. Tehát nincs szó egyenjogúságról, mert II gyorsul, I pedig nem.



14. ábra

Összefoglalásként

A fentiekben soroltuk fel azokat a legfontosabb kinematikai, geometriai és kronometriai (időmérési) megállapításokat, amiket az inerciarendszerek egyenjogúságának kijelentését komolyan véve megállapíthattunk. Főleg azokat a körülményeket idéztük fel, amelyek az események terét, a „világ"-ot illették. Minthogy – a háromdimenziós euklideszi térhez szokott szemléletnek különös – bizarr megállapításokat tettünk, a kifejtés elsősorban a megértetést tűzte ki célul, nem az összehasonlítást. Most ezt pótoljuk.

A négydimenziós, speciális relativitáselmélet követelményeit ábrázoló geometriai megfontolások Hermann Minkowskitól származnak. Azt a négydimenziós teret, amiben a

$$l^2 = (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2 - (dt)^2 \tag{30}$$

az $xyzt$ változók tiszta négyzetes alakja, és ez az invariáns az x, y, z, t és x', y', z', t' számnégyeseket a Lorentz-transzformáció segítségével összekapcsoló változások során, *Minkowski-világnak* nevezzük. (Persze azt a kétdimenziósat is, amely az adott esetben érdektelen y és z koordinátáktól való eltekintéssel adódik.)

A (30) a Minkowski-világ két szomszédos pontja közti ívelem hosszának négyzete, s mint láttuk, ez pozitív, nulla és negatív egyaránt lehet, még két nem egybeeső eseményre is. A (30)-cal szemben a megszokott euklideszi térben a D ívelem négyzete az x, y, z változók négyzetes alakja:

$$D^2 = (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2. \tag{31}$$

A D^2 invariáns az x, y, z számhármas (pontkoordináták) lineáris transzformációja során csak pozitív lehet (két nemegybeeső pontra). Ezzel a tulajdonsággal rendelkező világot (teret) euklideszinek hívjuk – legalábbis lokálisan, de erre még visszatérünk. Euklideszi ívelemnégyzet pozitív, és csak pozitív. Nulla csak $dx = 0$, $dy = 0$, $dz = 0$ együttes fennállásakor, tehát egybeeső pontpárra lehet. Ezt úgy fejezzük ki, hogy (31) a változóinak pozitív definit kvadratikus alakja. Ezzel szemben (30) pozitív, negatív és nulla is lehet, nincs tehát kikötve az „alak" előjele, ezt indefinit kvadratikus alaknak nevezzük.

A kvadratikus alak mind (30)-ban, mind (31)-ben a legszabályosabb, ezért ún. kanonikus alakban látható, vagyis tiszta négyzetek fordultak elő a kifejezésben, vegyes szorzatok nem.

Ha az ívelemnégyzet (30) és (31) alakja mindenütt a „világon" változatlanul *ugyanabban* a kanonikus alakban érvényes, akkor (30) esetében euklideszinek, a (31) esetében – hozzá nagyon hasonló, bár tőle különböző – pszeudoeuklideszinek mondjuk, és mindkét esetben ez azt jelenti, hogy a kanonikus esetnek megfelelő koordináta-vonalak egyenesek. A „világ" ilyenkor *nem görbült*.

Mindazt, ami a 2 dimenziós euklideszi és a 2 dimenziós pszeudoeuklideszi síkon (mint a „világ" egyszerűsített képviselőjén) eltérő, a fentebb idézett példák mutatták be. Végül is, a világ olyan, amilyen, a tudománynak ismérveket kell gyártania ahhoz, hogy megállapítsa, mihez hasonlít a világ geometriailag, mihez nem. Egyetlen lényeges állításunk: a *speciális relativitáselmélet fizikájából* az olvasható ki, hogy az eseménytér pszeudoeuklideszi, méghozzá Minkowski-geometriával írható le.

Igazából a speciális relativitáselmélet „világát" ezért hívják Minkowski-világnak. S hogy a „világ" ezt a jelzőt valóban megérdemli, az persze azon múlik, hogy a geometriai megállapítások alapjául szolgáló, vagy éppen a geometriából kikövetkeztetett fizikai jelenségek ténylegesen tapasztalhatók-e. Állítjuk, hogy igen, de ennek ellenőrzése a jelen összefüggésben az Olvasóra vár.[2]

[2] Ezt a munkát megkönnyítendő adjuk közre az alábbi ajánlott irodalmat, amely alapvető szinten, mind a fizikai, mind a geometriai szempontokat bemutatja.
Az elmélyültebb tanulmányozás céljait szolgálhatja a szakszerű bemutatással: Edwin F. Taylor – John Archibald Wheeler. Spacetime physics – Téridőfizika. Ford.: Abonyi Iván. 2. kiad. Bp., 2006. typotex. 362 p. (1. kiad.: Bp., 1974. Gondolat. 407 p.)
Az alábbiak már egyetemi szintűek:
L. D. Landau – E. M. Lifsic: Elméleti fizika II. Klasszikus erőterek. Ford.: Gálfi László,

Végül hadd szóljunk arról, hogy kiről is nevezték el a Minkowski-világot.

*

Hermann Minkowski (Alekszoti/Kaunasz, 1864. június 22.–Göttingen, 1909. január 12.) kiváló matematikus és geométer volt. A bonni egyetemen lett magántanár (1887), majd professzor (1893). Így került előbb Königsbergbe (1895), majd a Zürichi Szövetségi Műszaki Főiskolára (1896), ahol Einsteint is tanította. Később Göttingenben tanított.

1896-ban jelent meg *'A geometriai számelmélet'* c. műve. Ebben fejtette ki sejtését a tér kockákkal való kitöltéséről, melyet azonban sem ő, sem kortársai és utódai nem tudtak bizonyítani, mintegy negyven éven át, míg ezt Hajós György meg nem oldotta csoportelméleti meggondolások alapján.

A fizika terén nagy hatással volt a *'Raum und Zeit'* (A tér és az idő) c. monográfiája, melyben az egykori zürichi tanítvány, Einstein által bevezetett speciális elmélet számára kidolgozta az ún. téridő-koncepciót, a Lorentz-csoport alapjaira épülő négydimenziós formalizmust, melynek elemeit itt foglaljuk össze. Ezzel az alkotásával ő is a relativitáselmélet egyik „alapító atyja" lett, hiszen ez a formalizmus mind a speciális elmélet egyik nagy hatású kutatási módszere, mind pedig az általános relativitáselmélet hatékony eszköze lett – természetesen a fogalmak szükséges tágítása után.

Kunszt Zoltán, Niedermayer Ferenc. Szerk.: Marx György. Bp. 1976. Tankönyvkiadó. 510 p.; Nagy Károly: Elektrodinamika. A speciális relativitás elméletének rövid ismertetésével. 7. kiad. Bp., 2002. Nemzeti Tankönyvkiadó. 338 p.; Novobátzky Károly: A relativitás elmélete. 3. kiad. Bp., 1964. Tankönyvkiadó. 206 p.

AZ $E = mc^2$: NEHÉZ FALAT A XX. SZÁZAD FIZIKÁJÁBÓL[3]

BEVEZETÉS

Amikor a XX. század elején a fény szokatlan viselkedésére utaló kísérletek (Fizeau, Michelson-Morley, Lebegyev stb.) összefüggő magyarázatát keresték, egyre világosabb lett, hogy az „új” anyagfajta, az elektromágneses erőtér, a fény nem következetesen másolja a korábban már megismert anyagfajták törvényszerűségeit. Egyre-másra felbukkantak ugyanis olyan megállapítások, melyekhez szigorú logikai kétség ugyan nem fért, de a klasszikus mechanikán nevelt szemléletünk számára teljesen felfoghatatlanok voltak.

Ilyenek:

1. az elektromágneses tér (erőtér) zavarainak (hullámainak) tovaterjedéséhez nem kell olyan anyagi közeg, mint a rugalmas hullámokéhoz a mechanikában.
2. Az elektromágneses erőtér rendelkezik energia, impulzus, impulzusnyomaték, tömeg, tehetetlenség tulajdonságokkal.
3. Az optika területén: a fény terjedési sebessége nem a Galilei-féle sebességösszeadási törvényt követi (Fizeau, 1852).

Ismeretes, hogy a megértés felé vezető úton nemcsak azzal lehetett előrehaladni, hogy az új jelenségekre irányították a figyelmet, hanem a döntő lépéseket azáltal lehetett megtenni, hogy az új jelenségek fényében újrakérdezték véglegesnek hitt fogalmaink igazi tartalmát. Így került sor az inerciarendszerek egyenértékűségének, az egyidejűség abszolút vagy relatív jellegének és még sok más kérdésnek az újbóli vizsgálatára. Azok a kutatók tudtak a probléma megoldásában előrelépni, akik nem a fény elméletét akarták csak foltozgatni, hanem bátran, a fizika egységére támaszkodva, tárták fel az újat (ami legnagyobb örömünkre – megfelelő feltételek mellett – tartalmazta régi ismereteinket is).

Az új helyzet leírására alkalmas nyelv nem született meg gyorsan.

[3] A tanulmány előzménye: Abonyi Iván: $E=mc^2$, előadás az Eötvös Loránd Fizikai Társulat Tanári Ankétján, 1986-ban, Nagykőrösön, és $E=mc^2$ (A Minkowski-világ), előadás a TIT József Attila Szabadegyetemen 1986-ban.

A Lorentz-transzformáció alkalmazásának kitapasztalása során a kutatók szemét elsősorban az *egyes fizikai fogalmak relatív jellege kápráztatta el.* Nyilván, e lenyűgöző élmény hatása, hogy a következetes fizikai elméletet azóta is *relativitás elméletének* nevezik. Csak második „ránézésre” vették észre, hogy az új elmélet ugyanolyan exhibicionista módon tárja elénk az anyag abszolút tulajdonságait is, a viselkedését leíró törvények abszolút formai jegyeit is (invariancia az inerciarendszerekre vonatkozóan). Igazából ennek van nagyobb jelentősége, mert ez fejezi ki az általánosat, a kérdéskörben az abszolút kijelentést, s így alkalom adódhatott volna egy szerencsésebb elnevezésre is. V. J. Fok (Szentpétervár) egyenesen odáig megy, hogy helyesebb lett volna az új elméletet az „abszolutivitás” elméletének nevezni, hiszen épp az abszolút vonatkozások megtalálásának útját írja le. Ez talán csökkentette volna az elnevezés félreértéséből eredő igen gyakori és igen hiábavaló, a tárgy lényegét oly sokszor messze elkerülő vitákat. Ma, a száz éves gyakorlat után már csak a hagyományos nomenklatúrára építhetünk.

A SPECIÁLIS RELATIVITÁSELMÉLETRŐL

Az új elmélet, amit a történelmi tényeknek megfelelően most már mi is relativitáselméletnek nevezünk (és a továbbiakban csak a speciális relativitáselmélet keretei között maradunk) egész sor meglepő állításhoz vezetett. Nemcsak a végeredmények tűntek bizarrnak, mint pl.:

a) „a mozgó test hossza megrövidül”,
b) „a mozgó óra járása lelassul” az állónak tekintett testvérpéldányához képest, vagy
c) nem érvényes a Galilei-féle sebességösszeadás stb., sem azok a premisszák, amelyek az egységes kép egyszerű felvázolását lehetővé tették. Ilyenek pl.:
a) a négydimenziós téridő, egyáltalán a tér és az idő mozgásállapottól függő szétválasztása,
b) az inerciális megfigyelők felcserélhetősége stb.

Ezért aztán az érdekeltek, hívők és ellenzők szerettek volna kísérleti bizonyítékok alapján dönteni, ahogy ez a jó fizikus műhelyekben már korábban is szokásos volt. És ekkor merült fel egy érdekes szempont. A kísérleti lehetőségeket keresve a XX. század elején nem a Lorentz-transzformáció közvetlen elsődleges következményei (a távolság és az idő transzformációs sajátosságai) kínálkoztak, hanem a másodlagosak, pl. a sebességösszetevés (Fizeau); nem annyira a relativisztikus impulzus és energia-impulzus négyesvektor hossza, hanem inkább az

$$E = mc^2,$$

az energia tehetetlenségének felismerése és vizsgálata a fény nyomásával (1905). Ez érthető is, a XX. század elején még nem voltak olyan gyorsítók és olyan mérőeszközök, mint manapság. És még csak álmodni lehetett a magfizika világáról.

Minthogy a XX. század elején kibontakozó elmélet olyan titkokról rántotta le a leplet, amelyek értékelése a társadalom, a fizika és a technika terén nem volt annyira felkészülve, mint amennyire filozófiája számára kapóra jött a „jó” elnevezésű elmélet; az első ötven év főleg filozófiai vitákkal tűnt ki. A relativitáselmélet igazi hozománya úgyszólván észrevétlen maradt, formanyelvének igazi szemléletességét nem ismerték fel, a kvantummechanika megtermékenyítésében az indító szerep (a Planck-féle $E = h\nu$ és a Broglie-féle $p = \frac{h}{\lambda}$ képletek egy tőről fakadása) és a Dirac-egyenlethez vezető Lorentz-invariancia beépítése úgyszólván csak véletlen epizód volt. Ezen epizód jellegére fizikus szóhasználatunk a tanú. Hát nem „annihilációról” beszélünk, amikor egy elektron és egy pozitron egymáson szétsugárzik? (Mellesleg: annihiláció = megsemmisülés.) Tegyük szívünkre kezünket és valljuk be, hogy múlt századi őseink beszédmódja kísért: a részecske, az igen, az anyag; két részecske ellenben szétsugárzik, őseinknek az elektromágneses sugárzás nem nagyon illett bele az anyagról alkotott képükbe, ezért gondtalanul besétáltak egy nomenklatúra-csapdába, s annihilációról, megsemmisülésről beszéltek, mert a foton mibenléte hihetetlen volt.

A harmadik negyedszázad a relativitáselmélet helyzetében döntő változást hozott. Beért a relativitáselmélet és a magfizika összekapcsolódásának gyümölcse: az atommag energiájának felszabadítása már nem „tudományos”, hanem technikai-ipari vívmány, amely államok katonai potenciálját befolyásoló tényező. Gyorsító berendezéseink műszaki alkotásai elképzelhetetlenek a relativisztikus dinamika alaptörvényeinek értő felhasználása nélkül – és ezek ma már akkora gazdasági vállalkozások, hogy nemzetközi együttműködés kell hozzájuk. A relativisztikus kvantumelektrodinamika sikerei más kölcsönhatások elméletének kiépítésében nélkülözhetetlen kalauzként szerepelnek. A kvantummechanika relativitáselméleti kulcsra nyíló rejtelmei mindennapi életünk hasznos eszközeit segítették világra és ablakot tártak a csillagos ég rejtelmeinek megfigyeléséhez és megértéséhez is.

Ha a relativitáselmélet mai helyzetét és szerepét hasonlítjuk össze a XX. század elején tapasztalhatóval, lehetetlen nem látni a különbséget. Akkor egy-két fantaszta utópisztikus, mindenesetre igen bizarr kijelentésének inkább el-, mint megítéléséről, inkább félre-, mint megértéséről volt szó az ádáz vitákban, míg ma a körülöttünk, – és bennünk – lévő valóság megértéséről a relativitáselméletben. Legfeljebb ezt még nem értjük igazán. S talán azért nem, mert tudatosan vagy öntudatlanul hurcoljuk az első fél évszázadra jellemző félreértéseket, félremagyarázatokat. Meddő igyekezet volna kitörölni a nyelvhasználat hagyományaiban már rögzült ügyetlenségeket. De talán hasznos rávilágítani egyes félreértésekre, következetlenségekre, azok eredetére, hogy majd amikor mondjuk, akkor tudatosan tudjuk is, mit fejeznek ki szavaink.

ELŐJÁTÉK: ANYAG ÉS TULAJDONSÁGAI – PÉLDAKÉPÜNK A KLASSZIKUS FIZIKA

Messzire vezető – bár nem teljesen haszontalan – kalandozás volna megvizsgálni a klasszikus fizika tárgyát képező anyag fogalmát. Maradjunk annyiban, hogy a klasszikus fizika, mint természettudomány, az anyag olyan törvényszerűségeit vizsgálja, amelyek mozgását, állapotát, ezek változásait kormányozza. A leírás kvantitatív, a tapasztalatszerzés és ellenőrzés mérés útján történik, ezért az anyag jellemzésére reprodukálhatóan meghatározott, mérhető tulajdonságokra van szükség.

Az anyag tulajdonságaival jellemezhető. Egy konkrét anyagnak, pl. az én egy szem teniszlabdámnak sok tulajdonsága van. Más konkrét anyagnak is sok tulajdonsága van. Lehet, hogy két konkrét anyagnak egy-egy tulajdonsága megegyezik. Vannak egyszerű tulajdonságok, ezek azok a tulajdonságok, amelyek valamilyen történelmi helyzet folytán jól mérhetőek. Pl. ilyen a hossz, mert lehetett találni a *vizsgálatok során változatlan* hosszúságú mintadarabot stb. A kiemelt, egyszerű tulajdonságok *relatív önállóságát* pontos előírások biztosítják a környezeti körülményekre vonatkozóan. Gondoljunk a c.g.s-mértékrendszerre. Ezekkel az egyszerű tulajdonságokkal bármelyik tulajdonság kifejezhető:

$$\text{tulajdonság} = \text{számfaktor}\ (\text{cm})^{\alpha}\ (\text{g})^{\beta}\ (\text{s})^{\gamma}\ \ldots,$$

legfeljebb növelni kell az „egyszerű” tulajdonságok számát a „mértékrendszerben”. Lehetnek α, β és γ tetszőleges számok? Bizonyára, mert nem kell sok fejtörés törtkitevők létjogosultságának elhitetéséhez (lásd pl. elektromos töltés), a többi tulajdonság pedig legfeljebb „bizarr” lesz.

Mégis, mi választja ki a végtelen sok tulajdonság közül a számunkra értelmes, jó tulajdonságot? Az, hogy az értelmes, jó tulajdonság szerepeltetésével valami okos kijelentés tehető. Ilyen okos kijelentés pl. egy megmaradási törvény, vagy mozgástörvény stb. Így tehát indokoltnak látszik pl. az anyag impulzus, a tömeg, az energia, az elektromos töltés, a gyorsulás nevű tulajdonságairól beszélni, vagy olyan fogalmakat használni, mint pl. az erő (amit az anyag kifejt, vagy amit elszenved, miközben időegység alatt valamekkora impulzust veszít vagy szerez).

A klasszikus mechanika tanulmányozhatja az adott értékű tömeggel jellemzett anyagok szabad esését (és kijelentést tehet arról, hogy befolyásolja-e a folyamatot pl. az „anyag” kémiai összetétele, vagy színe, egyébként megegyező tulajdonságok esetén). Ez a példa segíthet a klasszikus fizika anyagfogalmának megvilágításában.

Egy tanulmányozott konkrét „anyag” tulajdonságai szükségképpen összefüggnek egymással. A tulajdonságok között tehát reláció áll fenn. Pl. az impulzus = tömeg × sebesség, vagy az elektron fajlagos töltése:

$$\frac{e}{m_e} = 1{,}758\ 804\ 7 \cdot 10^{11}\ \frac{coulomb}{kg} \qquad \text{(SI)},$$

míg a protoné:

$$\frac{e}{m_p} = 9{,}578\ 756 \cdot 10^{7}\ \frac{coulomb}{kg} \qquad \text{(SI)}.$$

Ezek az összefüggések tehát változhatnak egy-egy konkrét anyagfajta esetében, de lehetnek olyanok is, hogy az összefüggés minden anyagfajtára – annak más tulajdonságaitól függetlenül – változatlan alakú és tartalmú.

Nyilvánvaló, hogy *különösen érdekesnek fogjuk találni azokat a tulajdonságokat, amelyek közti összefüggés független lesz attól a konkrét anyagtól, amire vonatkozóan tapasztaljuk.* Ezeket érdemes abszolút összefüggésként megkülönböztetni.

Látjuk teát, hogy az anyagot a *tulajdonságaival* jellemezzük. Igazából senki sem akarná az anyagot a tulajdonságaival összetéveszteni!

Vegyünk egy példát! A klasszikus fizika tanulságos klasszikus problémája a testek szabad esésében tapasztalt furcsaságok megértése. Ismeretes, hogy a szabadon eső test mozgásegyenlete a Newton-axióma alapján így írható:

(a test tehetetlen tömege) × (a test gyorsulása) =
= (a testre ható nehézségi erő),

mely utóbbi pedig:

(a testre ható nehézségi erő) = (a test súlyos tömege) ×
× (a nehézségi gyorsulás),

hiszen az adott helyen a Föld által a testre gyakorolt általános tömegvonzás az az erő, amely a testet gyorsítani fogja, leküzdve tehetetlenségét. Jelölje a test tehetetlen tömegét m_t, a súlyos tömegét m_g, a mozgástörvény:

$$a = \left(\frac{m_g}{m_t}\right) g,$$

ami az

$$s = \frac{1}{2}\left(\frac{m_g}{m_t}\right) g t^2$$

útképlethez vezet, kezdősebesség nélküli ejtés esetére. Már Galilei megállapította adott s magasságból végzett ejtésekhez tartozó esési idők összehasonlításával, hogy s és t kapcsolata független az m_g / m_t hányadostól, vagyis: a testek tehetetlenségét mérő tehetetlen tömeg és a testek gravitációs kölcsönhatásban szerepet játszó ún. gravitációs tömeg hányadosa *minden testre* ugyanaz a számérték, univerzális állandó.

Hasonló elemzés elvégezhető pl. a fonálinga és a fizikai inga lengéseit illetően is, amikor ugyancsak a gravitációból ered a mozgatóerő – ez tartalmazza az m_g mennyiséget – és ez a tehetetlenséget kell, hogy legyőzze (itt szerepel m_t). Eredményül kiadódik, hogy ha fonálinga lengésideje a tapasztalat szerint független a rá akasztott tömeg (kémiai) mibenlététől – mert egyáltalán független a tömeg nagyságától – akkor ez az m_g és m_t univerzális arányosságát, (és megfelelő mértékrendszerben) univerzális egyenlőségét is bizonyítja. Raffináltabb ingakonstrukciók esetében lényegében ugyanez az eredmény adódik, a komplikáltabb elrendezés a mérési érzékenység, pontosság növelését szolgálja.

Egy megjegyzés még erről a gravitációs tömegről! Egymástól r távolságban lévő pontszerű m_1 és m_2 tömeg gravitációs kölcsönhatásából származó F_g vonzóerő, mint tudjuk,

$$F_g = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

nagyságú, ahol $\gamma = 6{,}672 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2\,kg^{-2}}$ (SI) a gravitációs állandó. Ugyanakkor e_1 és e_2 elektromos töltés között az F_e elektrosztatikus erőhatás (bizonyos célszerűség kedvéért most c.g.s.-ben!):

$$F_e = \frac{e_1 e_2}{r^2}.$$

Az e elektromos töltés méri, hogy a töltött anyag hogyan, mennyire csatolódik, lesz forrása vagy esik áldozatul az elektromos erőtérnek. Ugyanerre a szövegre idomíthatjuk a gravitációs erőtörvényt is; az $f^2 = \gamma$ jelöléssel:

$$F_g = -\left(fm_1\right)\left(fm_2\right)\frac{1}{r^2}.$$

ekkor $f \cdot m$ amolyan gravitációs töltésféle lesz, mely méri, hogyan, mennyire lesz az m tömegű anyag forrása, ill. esik áldozatul a gravitációs erőtérnek.

Ezzel szemben a tehetetlen tömeg pedig azt méri, milyen ellenállást tanúsít az anyag a gyorsítással szemben.

A két tömeg univerzális értékű hányadosa alkalmas mértékrendszer bevezetéssel:

$$m_g = (\text{univerzális állandó}) \cdot m_t$$

alakból

$$m_g = m_t$$

alakra is hozható, ebben az alakban búvik meg a tömeg mérésére alkalmazott eljárások keveredése. De ez az összefüggés, amelyet Galilei után Cavendish, Bessel, Hagen, Eötvös Loránd (Pekár Dezső és Fekete Jenő), majd Renner János, újabban R. H. Dicke és az Apolló holdmisszió is ellenőrzött, egyik legszilárdabban beigazolt törvényszerűségnek bizonyult. nevezzük ezt a továbbiakban Eötvös-egyenletnek. Az Eötvös-egyenlet azt állítja, hogy

a) az anyag tehetetlen tömege és súlyos tömege univerzálisan arányos egymással (más anyagi tulajdonságoktól nem függ ez az arányosság),
b) aminek van tehetetlensége, az gravitál is, és megfordítva.

És senkinek sem jut eszébe, hogy az $m_g = m_t$ egyenlet azt jelentené, hogy m_g átalakul m_t-vé!

AZ EÖTVÖS-EGYENLET ALKALMAZÁSA EGY ÚJ ANYAGFAJTÁRA – ÚTBAN AZ $E = mc^2$ FELÉ

A klasszikus fizika másik nagy fejezte, ami a mechanika (pontosabban az általános dinamika, a mozgástörvények felállítása és az elsőnek megismert kölcsönhatás, a gravitáció tanulmányozása) után nyílt meg, az elektromos és mágneses jelenségekkel foglalkozott.

Nincs elegendő hely annak részletes elemzésére itt, hogy hogyan vezetett az út az elektrosztatikai és magnetosztatikai jelenségektől az elektrodinamikai szintézisig, az elektromágneses kölcsönhatás Maxwell-egyenletekben rögzített törvényéig. De arra emlékeztetni kívánunk, hogy még Maxwell sem hitte, hogy egy új, a mechanikával megmagyarázhatatlan, arra vissza nem vezethető jelenségtípusról van szó egyenleteiben. Ha tetszik, egy új anyagfajtáról – vagy a régi anyagfajták új tulajdonságairól és egy új anyagfajtáról: az elektromágneses térről.

A XIX. század tanúja volt annak a folyamatnak, amelynek során az elektromágneses erőtér fizikai realitásáról összefüggő kép alakult ki. Felismerték az elektromos töltés szubsztanciális jellegét (megmaradási törvényét), tisztázódott az elektromos tulajdonság fluidumjellegéből, ami fenntartható maradt. Az elektromos töltések okozta erőhatások Faraday nyomán az erőtér-fogalommal legalábbis a hagyományos távolbahatásos mechanikai képpel egyenrangú, nagyfrekvenciás esetben pedig kizárólagos fölényben lévő megfogalmazást találtak. Az erőtérnek hamarosan meg lettek a hagyományos anyagi (mechanikai) tulajdonságai, a tömeggel rendelkező elektromos töltésekre ponderomotoros erő hatott, az erőtérnek lett energiája, még impulzusa is. Az elektromágnesség szintézise során, amikor váratlanul még a fény jelenségkörére is természetes magyarázatot adtak a Maxwell-egyenletek, lehetett a fény energiájáról, a Lebegyev-kísérletben a fény impulzusáról beszélni, csak valahogy a tömeg fogalma nem akart előjönni.

A fény (az elektromágneses hullám) impulzusának beigazolt realitása után kívánatossá vált a tömeg bevezetése is. Az elektrodinamikában felmerült

$$E = mc^2$$

összefüggés erre a jogalapot meg is teremtette. Most vegyük ezt az $E = mc^2$ összefüggést egyelőre adottnak. Később még visszatérünk származtatására.

Ha most az Eötvös-egyenlettel megtoldjuk ezt az összefüggést így:

$$m_g = m_t = \frac{E}{c^2},$$

hiszen az $E = mc^2$ az impulzus közvetítésével származtatható, tehát benne a tehetetlen tömeg szerepel, akkor most ilyen állításokat kockázathatunk meg:

a) Minthogy aminek van tehetetlensége ($m_t \neq 0$), az gravitál is ($m_g \neq 0$), akkor a fény (elektromágneses erőtér), aminek van energiája ($E \neq 0$), az szintén gravitál!
b) A fény (elektromágneses erőtér) tömegéről eddig (a XIX. század elektrodinamikájában és még korábban) azért nem beszéltek, mert csak kis térenergiákat lehetett előállítani, ill. észlelni, azok tömegegyenértéke pedig igen kicsi, hiszen

$$c^2 = 9 \cdot 10^{16} \left(\frac{m}{s}\right)^2 = 9 \cdot 10^{20} \frac{cm^2}{s^2}$$

miatt az így származtatott fotontömeg általában igen kicsiny!

Az állítások közül a merészebb a) szerint a foton, aminek $h\nu$ energiájáról van tudomásunk (a fényelektromos hatásból, h a Planck-állandó) gravitációs hatásnak kell, hogy áldozatul essék $m_g = \frac{h\nu}{c^2}$ gravitáló tömeggel. Ezt kísérletileg úgy lehet kimutatni, hogy – a foton „gravitációs csatolásának” kicsisége miatt – 1. lehetőleg nagyon erős gravitációs teret választunk, 2. lehetőleg hosszú úton „engedjük” érvényesülni a gravitációs hatást.

Mindez „megvalósul” abban a jelenségben, amit a fénysugár elgörbülésének neveznek. Mérjük meg ugyanis az Állatöv két csillagából a Földre érkező fények beesési iránya közti szöget. Egyszer akkor, amikor a két csillag között nincs ott a Nap, s megint egyszer akkor, amikor ott van, csak a napkorongot eltakarja a Hold (teljes napfogyatkozás). A két kísérlet eredménye, hogy a második esetben a szög nagyobb, mint az elsőben. Ez annak a jele, hogy a fénysugár a Nap mellett elhaladtában esik a Nap gravitációs terében és ezért korábbi egyenes vonalától a terjedés során a Nap felé görbül a sugár.

Ez a kísérlet az általános relativitáselmélet egyik megjósolt fő bizonyítéka, amit már 1919-ben tűrhető pontossággal kvalitatív módon igazoltak is. Az elmélet várakozásának megfelelő pontosságot ugyan csak az 50-es években érték el, a napkorona zavaró hatásainak figyelembevételével.

Meg kell említeni, hogy az általános relativitáselmélet e feladata két tényezőn múlik:

1. a fotonnak energiája miatt van gravitáló tömege,
2. a Nap közelében a korábban newtoni módon számítotthoz képest jelentősen módosul a gravitációs erőtér.

Az 1.-nek megfelelő, de a 2. helyett newtoni tömegvonzás alapján történt számítás az effektusnak kb. a feléről ad számot.

Végeredményben leszögezhetjük, hogy az $E = mc^2$ és $m_g = m_t$ összefüggések, amelyek egy konkrét anyag két-két tulajdonsága között mondanak ki összefüggést, tranzitívak, tehát a három tulajdonság kölcsönös összefüggését állítják, a tapasztalattal összhangban.

Amikor az elektrodinamikai sejtés a speciális relativitáselmélet kiépítése során Einstein kezében általános érvényű megállapítás rangjára emelkedett, az

$$E = mc^2$$

Einstein-összefüggés tartalmáról kiderült, hogy az energia tehetetlensége sokkal nagyobb horderejű törvényszerűség. Eszerint aminek van energiája, annak van tehetetlen (tehát az Eötvös-összefüggés szerint van gravitáló) tömege is. Más kérdés, hogy a lehetséges energiafajtákból melyik konkrét anyagi megjelenési formának mennyi jut. Jut-e nyugalmi energia egyáltalán? A fotonnak nincs nyugalmi energiája – ezért nem lesz nyugalmi tömege sem, de ki is tudna egy fotont „nyugalomra transzformálni”, megállítani?

Akár tartjuk magunkat klasszikus neveltetésünkhöz és a c.g.s.-rendszert használjuk, ahol $c = 3 \cdot 10^{10}\, cms^{-1}$, akár kényelmi szempontokra hivatkozva $c = 1$ választással a 1 s-hoz hosszúságegységnek az 1 fényszekundumot rendeljük és

$$E = m$$

alakban írjuk az Einstein-összefüggést, *ez sohasem fogja azt jelenteni*, hogy

1. az energia ugyanaz, mint a tömeg,
2. az energia átalakul tömeggé, vagy fordítva.

Emlékezzünk ugyanis arra, hogy az m_t, az m_g, és az E: anyagi tulajdonságok. Olyan tulajdonságok, amelyek az anyagmennyiség nevű tulajdonságokkal is mind kapcsolatban állnak. Az anyagfajták egymásbaalakulását a megfelelő tulajdonságok egymásbaalakulása kíséri. Az A anyagfajta B-vé alakul, akkor az A fajta m_t, m_g, E … stb., tulajdonsága meghatározott árfolyamon rendre a B anyagfajta m_t, m_g, E … stb., tulajdonságaivá alakul át.

$E = mc^2$ MINT ÁLTALÁNOS ÉS MINT KÜLÖNÖS TÖRVÉNY

A speciális relativitáselmélet dinamikájában jelenik meg – először egy tömegpontra vonatkozóan – az $E = mc^2$ törvény. A részletes származtatástól itt most eltekintünk, a részletek számos tankönyvben megtalálhatók.

A klasszikus írásmódban a pontdinamikában megfelelő Einstein-egyenlet a tömeg sebességfüggésének – egyébként kísérletileg bizonyított

$$m(v) = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}}$$

képletére és az $E_o = m_o c^2$ nyugalmi energia létére, (a relativisztikus impulzus)

$$p = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}}\mathrm{v}$$

képletére alapul. Ezekből kiszámítható, hogy

$$E^2 = m_o^2 \cdot c^4 + p^2 \cdot c^2 .$$

Látható, hogy $m_o c^2$ tényleg a nyugalmi energia, vagyis az az $E = E_o$, amelynél nincs mozgás, $p = 0$, ($\mathrm{v} = 0$).

Jó, mondhatnánk, látszik, hogy a nyugalmi energiához tartozik (nyugalmi) tömeg $E_o = m_o c^2$. És mi van ha a pont mozog, van impulzusa is. Akkor hogy lesz az E energia és az m tömeg kapcsolata? Ha

$$p = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}}\mathrm{v},$$

akkor

$$E^2 = c^2\left(m_o^2 c^2 + p^2\right) = c^2\left[m_o^2 c^2 + m_o^2 \frac{\mathrm{v}^2}{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}\right] =$$

$$= m_o^2 c^4\left[1-\frac{\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}\right] = \left(\frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}}\right)^2 \cdot c^4,$$

vagyis

$$E(\mathrm{v}) = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}} c^2.$$

Az $E = mc^2$ általános annyiban, hogy 1. egy tömegpont minden sebességállapotára igaz, továbbá, 2. minden tömegpontra igaz.

Vonjuk le további következtetéseinket is! A mozgási energiának is van tömegekvivalense – és minden más energiának is! És megfordítva – minden „tömegfajtát” is kísér egy neki megfelelő, vele határozott árfolyamon egyenértékű energiafajta.

Ugye, az $E = mc^2$ láttán most már senki sem fog arra gondolni, hogy az energia átalakul tömeggé, vagy megfordítva! Hanem: amikor az anyag megváltoztatja állapotát, megváltoznak tulajdonságai (E, m stb.) is, s merthogy még mindig ugyanarról a konkrét anyagról van szó, a korábban adott módon összefüggő tulajdonságai ($E = mc^2$) most is az adott módon összefüggő új (E', m', $E' = m'c^2$) tulajdonságokra változtak!

Említettük, hogy a mozgási energiának is van tömegekvivalense. Vagyis miközben gyorsítjuk a tömegpontot, a megnövekedett mozgási energiája miatt megnő a tömege is. Bár jól ismert körülmény, azért vessünk rá egy pillantást. Az

$$m(\mathrm{v}) = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}}}$$

tömegű testre vonatkozóan, ha v/c << 1, az alábbi sorfejtés – közelítő számítás – alkalmazható:

$$m(\mathrm{v}) = m_o\left[1+\frac{1}{2}\frac{\mathrm{v}^2}{c^2}+\ldots\right] = m_o + \frac{1}{c^2}\left(\frac{1}{2}m_o\mathrm{v}^2+\ldots\right),$$

s látható, hogy a sebességtől függő tömeg éppen a testbe a gyorsításkor belegyömöszölt mozgási energia – gyorsítási munka – *tömegegyenértéke* miatt ál elő!

Sietve megjegyezzük, hogy az $E = mc^2$ törvény azokra az esetekre is átírható – *tartalmának megsérülése nélkül* – amelyekben a szóban forgó anyagdarabka (test, részecske stb.) helyett kiterjedt térrészben eloszló anyagfelhőről van szó.

AZ E = mc² ÖSSZEFÜGGÉS ELEMI SZÁRMAZTATÁSÁRÓL

Einstein ezt az összefüggést, mint említettük, a Maxwell-egyenletekkel összefoglalt elektromosságtan elektromágneses hullámokkal foglalkozó fejezetének eszközeivel ismerte fel. Érdemes – akár ismételten – hangsúlyozni, hogy a speciális relativitáselmélet a Maxwell-féle elektrodinamika (és így: az elektromágneses fényelmélet) édes gyermeke. Az elektrodinamika az első következetesen kidolgozott és következményeiben tapasztalatilag is meghódított erőtér-fizika, tulajdonképpen nem is csoda, hogy következtetései nincsenek feltétlen összhangban a mechanikával, ami a többféle alapvető kölcsönhatás közül a gravitációs erőtér fizikáját kezdte elemezni, fő célja mégis a mozgás problémájával való küzdelem volt.

Bánvölgyi László szobrászművész alkotása ez a bicikliző Einstein, amely műalkotás a Magyar Tudományos Akadémia szegedi székházának udvarán látható 2008 októbere óta. Természetesen a művész látomása nem irreális, Einstein valóban használta a kerékpárt. Egyébként az einsteini gondolatmenetek meglepő tulajdonsága, hogy mindig a való életből indulnak ki.

Amikor az 1905. évi $E = mc^2$-es dolgozatában e reláció felismeréséről hírt adott, megkísérelte a fontos reláció levezetését más módszerekkel is, amelyek nem mozgósítják a relativitáselmélet fogalmi és matematikai fegyvertárát. Tanulságos megismételni ezt az elemi gondolatmenetet is, hogy rávilágítsunk, hol van elrejtve az ugrópont.

Az ún. egyszerű levezetés a következő gondolatkísérleten alapul. Képzeljünk el egy M tömegű, L hosszúságú tartályt a légüres térben. A tartály belsejében, a két végén legyen egy A ill. egy B test, melyek tömege elhanyagolható M-hez képest. Az A-ból induljon el B felé ΔE energia (fény-, vagy rádióhullám, de elvben akármi más is hordozhatja ezt az energiát). Az A-nál az energia kibocsátása, B-nél az elnyelése egyenlő időt vegyen igénybe, mely kicsi a $T = \frac{L}{C}$ időhöz, az energia átvándorlásához (fény-, rádióhullám esetében) szükséges időtartamhoz képest. B teljesen elnyeli ezt az energiát.

Amikor a ΔE energia elhagyja A-t, az A $G = \frac{1}{c}\Delta E$ impulzust kap a belőle kilépő sugárzástól (fénynyomás). Ennek eredménye, hogy az egész tartály a $B \rightarrow A$ irányban elmozdul, sebessége az impulzustétel alapján $q = G/M$ lesz. Minthogy a ΔE a B-ig T idő alatt ér el, a tartály tömegközéppontja a $B \rightarrow A$ irányban

$$gT = \frac{L\Delta E}{Mc^2}$$

elmozdulást végez.

A B-hez érő ΔE energiacsomag ekkor kezdi nyomni a B felületét. Legyen B tömege a ΔE elnyelése után m_1. Akkor a tartály tömegközéppontja az elnyelés során a fentiekhez hasonló módon $A \rightarrow B$ irányban Lm_1 / M elmozdulást végez.

Ezután B sugározza vissza A-nak a ΔE energiát. Ha m_2 a B tömege a ΔE kibocsátása után, akkor a kibocsátás végére a tartály tömegközéppontja $B \rightarrow A$ irányban Lm_2 / M nagyságú elmozdulást végez.

Ekkor azonban a tartályban a tömegeloszlás ugyanaz, mint a kísérlet előtt volt. A tömegközéppont elmozdulására nyert három járulék összege:

$$\frac{L}{M}\left(\frac{\Delta E}{c^2} + m_2 - m_1\right)$$

a $B \rightarrow A$ irányban. Ennek azonban nullának kell lennie, ameddig hiszünk abban, hogy a halász a csónakban ülve vödrét a hajó orrából a végére teszi, majd meggondolva magát, mégis visszateszi a csónak orrába – ezzel mit sem változtat a csónak helyzetén. Vagyis: ameddig belső erők nem változtathatják meg egy rendszer mozgásállapotát, addig

$$\Delta E = c^2 \Delta m,$$

ahol az $m_1 - m_2 = \Delta m$ jelölést alkalmaztuk.

Figyeljünk fel azonban konklúzióként két körülményre!

1. Δm az a tömegváltozás, amivel a ΔE energia elnyelése elkerülhetetlenül jár.
2. Ennek az ún. egyszerű levezetésnek az ugrópontja – tessék ellenőrizni! – az volt, hogy természetesnek vettük: a fény-, ill. rádióhullámoknak van sugárnyomásuk. Magyarul: az a sajátos anyag, amit fénynek, elektromágneses erőtérnek nevezünk, impulzust hordoz, tükrön való visszaverődése során az impulzus előjelváltozása miatt a tükörre erő hat! Tehát ha hittek Lebegyevnek, aki ezt tapasztalatilag kimutatta, vagy hittek Maxwellnek és Hertznek, aki az elektromágneses hullámok impulzusát felismerte, akkor higgyék el most Einsteinnek is – de az 1. szerinti fogalmazásban!

AZ ANYAG ÁTALAKULÁSA ÉS A MEGMARADÁSI TÉTELEK[4]

„Ha valamely test, pl. sugárzás formájában E energiát ad le, akkor tömege E/c^2-tel csökken.”

A. Einstein (1905)

Kimondható, hogy – mondjuk – Eötvös törvénye szerint az anyagok tehetetlen tömeg néven ismert tulajdonsága és gravitáló tömeg néven ismert tulajdonsága között kapcsolat van, egyenlet áll fenn:

$$\text{(gravitáló tömeg)} = \text{(tehetetlen tömeg)},$$

ez az Eötvös-egyenlet. Nem azt mondjuk, hogy az anyagok átalakulása során a gravitáló tömeg eltűnik, és átalakul tehetetlen tömeggé, hanem azt, hogy *aminek van tehetetlen tömege, annak van gravitáló tömege is*; ami tehetetlen, az gravitál is!

Az anyagi rendszerek energia nevű jellemzőjéről is kiderült, hogy kapcsolatban van a tömeggel. Eleinte természetesen úgy, hogy a tehetetlen tömegű testek mozgási energiájában a tehetetlen tömeg szerepelt, s mondjuk a gravitációs kölcsönhatás esetén a helyzeti energiában a gravitáló tömeg. S minthogy Galilei óta éreztük a két tömeg egyenlőségét, a megállapítás hosszú szövege rövidre kopott. A XIX. és XX. század fordulójára a kifinomult méréstechnika (pl. Lebegyev torziós szálon függő tükrös kísérlete a fény tehetetlenségének bizonyítására) megmutatta, hogy

[4] Előzménye: Abonyi Iván: $E=mc^2$ (A Minkowski-világ), előadás a TIT József Attila Szabadegyetemen 1986-ban.
Felhasznált irodalom:
Albert Einstein: Ist die Trägheit eines Körpers von sienem Energieinhalt abhängig? = Annalen der Physik und Chemie 18 (1905) p. 639.; magyarul: Függ-e a test tehetetlensége az energiatartalmától? Ford.: Szabó János. = Magyar Fizikai Folyóirat 4 (1956) No. 2. pp. 209–211.
E. Whittaker: A history of theories of aether and electricity. New York, 1951. Th. Nelson and Sons,
Novobátzky Károly: A relativitás elmélete. Bp., 1951. Tankönyvkiadó. 176 p.
Nagy Károly: Elektrodinamika. A speciális relativitás elméletének rövid ismertetésével. Bp., 1977. Tankönyvkiadó. 338, 2 p. (7. kiadás 2002)
E. F. Taylor – J. A. Wheeler: Téridő-fizika. Ford.: Abonyi Iván. Bp., 1974. Gondolat. 407 p. (2. kiadás 2006, Typotex)
Max von Laue: Inertia and Energy. In: Albert Einstein: Philosopher-Scientist. Edited by P. A. Schilpp. New York, 1957. Tudor. p. 501.

nemcsak a „darabos”, atomos anyagnak, hanem a fénynek is van tehetetlensége, tömege. Einstein mutatott rá arra, hogy a tehetetlen tömeggel rendelkező testeknek (rendszereknek) a tömege és energiája között van kapcsolat: $E = mc^2$. De arra is rámutatott, hogy az E energia, a p impulzus és az m_o (nyugalmi) tömeg között is van kapcsolat:

$$E^2 = (m_o c^2)^2 + p^2 c^2,$$

vagyis még a rendszerrel együttmozgó (hozzá képest nyugvó, $p = 0$) anyagnak is van (nyugalmi) energiája. Ehhez a nyugalmi energiához tartozó tömeget nyugalmi tömegnek neveztük. Ez az összefüggés azt a rendkívül fontos tényt fejezi ki, hogy az energia és az impulzus egy négyesvektor időszerű és térszerű összetevői, tehát értékük vonatkoztatási rendszertől függő, míg a tömeg ennek a négyesvektornak az abszolút értéke, tehát vonatkoztatási rendszertől független. Különös bár, de tény, hogy a nyugalmi tömeg nevű anyagi tulajdonság nem univerzális. Vannak olyan fizikai rendszerek, amelyeknek nincsen nyugalmi tömegük (az elektromágneses tér fotonjai, és a neutrinókat is ilyeneknek tartották egy ideig).

Ezeknél nem lehet szó együttmozgó megfigyelőről, nyugalmi állapotról. S minthogy a fotonok és a neutrinók a fizikai megismerés kései szülöttei, nem alakult ki külön elnevezés az elektromágneses tér, s a neutrinó-tér tömegére, még csak bevett jelölés sincs, mert az energiájuk esik az energia hagyományos mérési tartományába, a „tömeg” kicsisége miatt úgyszólván csak elvi szerepet játszik.

Igen jól mutatja a probléma jellegét, hogy éppen a neutrinó esetében milyen gyakorlati nehézségekkel jár a neutrinó nyugalmi tömegének meghatározása. A kb. $10 \div 50 \dfrac{eV}{c^2}$ (energiaegységekben számolva), ami a neutrinó nyugalmi tömegére valószínűnek látszik, épp ezen csaknem elképesztő kicsisége miatt maradhatott első közelítésben rejtve szemeink előtt kb. 50 évig, és ugyanezen kicsiség teszi nehézkessé a pontos mérés elvégzését.

De térjünk vissza a fotonra! Így beszélünk a foton $h\nu$ energiájáról, $h\nu/c$ impulzusáról, $\dfrac{h\nu}{c}$ tömegéről. Itt h a Planck-állandó. De Einstein egyenlete:

$$\text{(energia)} = \text{(tehetetlen tömeg)} \cdot c^2,$$

egybevetve Eötvös egyenletével

$$\text{(tehetetlen tömeg)} = \text{(gravitáció tömeg)},$$

lehetővé teszi azt, hogy megjósoljuk a fénysugárban száguldó fotonok mint anyag gravitációs kölcsönhatását!

És valóban, megfigyelhető a távoli csillagokból érkező fénysugár elgörbülése a Nap közelében (ez az általános relativitáselmélet által megjósolt egyik kísérleti bizonyíték, amit már 1919-ben Eddington és munkatársai kimutattak).

S ahogy az Eötvös-egyenletnél vigyázni kellett, úgy itt is. Einstein egyenlete csak a tulajdonságok kémiai összetételétől független kapcsolatát, univerzális összefüggését fejezi ki, *nem* pedig *azt,* hogy „a természetben az anyag hol tömeg, hol energia formájában van jelen".

Az anyagról a természettudományok filozófiai tömörségű megállapítást tettek: az anyag, miközben ilyen vagy olyan megjelenési formái között átalakul, teremthetetlen és elpusztíthatatlan, tehát megmarad. Amilyen elvont és gazdag az anyag fogalma, ugyanolyan elvont és gazdag az anyagmegmaradás tétele is. Mint láttuk, az elvontabb anyag jellemzésére konkrét fizikai mennyiségeket mint anyagi tulajdonságok jól definiált mérőszámait vetette tanulmányozás alá a fizika. S ahogyan a kimeríthetetlen anyagnak szegényes – bár praktikus, mert a tudományos cél, konkrétságának megfelelően korlátozott – jellemzése egy vagy több fizikai mennyiséggel, tulajdonsággal történik, ugyanúgy az általános anyagmegmaradási törvény helyére tolakszanak az anyag konkrét fizikai tulajdonságaira vonatkozóan felismert megmaradási törvények: a tömeg megmaradása, az energia megmaradása, az impulzus megmaradása, az impulzusnyomaték megmaradása, az elektromos töltés megmaradása, a barion-szám (nehézrészecske-szám) megmaradása stb.

Miközben az anyag egyik megjelenési formájából átalakul a másikba, aközben az egyik megjelenési formában jellemző megfelelő tulajdonságai átalakulnak az új forma tulajdonságaiba. Az átalakulás alaptörvénye az anyagmegmaradás, ami kifejezhető a konkrét keretek közt fontos tulajdonságok megmaradási törvényeivel. Szó sem lehet arról, hogy anyag alakulna át tömeggé, vagy energiává – mert ritkán (sohase!) szokott valami a saját tulajdonságává alakulni! De arról sem lehet szó, hogy energia alakuljon át tömeggé – mert egyik tulajdonság nem szokott a másik tulajdonsággá átalakulni. Gondos különbségtételt kíván, hogy az egyik tulajdonság csökkenését és az azt esetleg kísérő másik tulajdonság erősödését megfelelően könyveljük el!

Lássunk egy példát az anyagátalakulásnak energia- és tömegmérlegére. Tekintsünk egy protont, amely a hidrogénatom magjának a szerepét is be tudja tölteni. Régen azt az eseményt, hogy a proton megköt egy elektront, s közben fény (foton) sugárzódik ki, kizárólag energia- és impulzusmérleggel le lehetett írni, mert az elektron a protonnal összekapcsolódva – alapállapotba kerülve – 13,4 eV energiájú fotont bocsát ki, a foton energiája elhanyagolhatóan kicsi már az elektronnak a nyugalmi energiája (0,512 MeV) mellett is, nemhogy még a proton nyugalmi energiájához képest (938,26 MeV). Az elektron-proton rendszer tömegében ez az energia észrevétlen maradt, a kémiai spektroszkópiai kísérletek legendás hírű pontossága sem tudta a Coulomb-kötésnél fellépő tömegdefektust (az eltávozó foton által képviselt, ellopott tömeget) kimutatni. – Ha az előbbi proton most egy neutronnal találkozik, és ketten a magerők segítségével a deuteront (a deutérium atommagját) alakítják ki, akkor 2,22 MeV energiájú foton távozik el. A tömegspektroszkópiai mérések szerint a deuteron tömege 2,0141 ate (atomi egység); míg a protoné 1,0078 ate, a neutroné 1,0086 ate, a kettő összege 2,0164 ate, tehát 0,0023 ate-vel kisebb, mint a deuteroné, vagyis nem elhanyagolható a tömegdefektus. Itt 1 ate (atomi egység) = $1{,}6604 \cdot 10^{-27}$ kg = 931,48 MeV/c^2. Azonban az eltávozó foton által elvitt tömeg éppen 0,0023 ate = 2,22 MeV. Tanulság: az anyagnak proton és neutron megjelenési formájából deuteron és foton megjelenési formájába való átalakulása során az energia is, a tömeg is megmarad, miközben a proton és a neutron tömege és külön az energiája átalakul a deuteron és a foton tömegévé (és külön az energiájává); tehát a tömeg (és külön az energia) az átalakulás során megmarad. Szó sincs tehát a tulajdonságok összekeveredéséről, míg kevésbé az eltűnéséről.

Másik tanulságos példánk az elektron-pozitron szétsugárzás. Ennek során a nyugalmi tömeggel rendelkező elektron ($m_o = 5{,}4859 \cdot 10^{-4}$ ate) és e^+ pozitron ($m_o = 5{,}4859 \cdot 10^{-4}$ ate) átalakul nyugalmi tömeggel nem rendelkező γ fotonokká (a fotonok összenergiája, legalább 1,22 MeV):

$$e^- + e^+ \rightarrow 2\gamma.$$

Próbáljuk meg a tömegmegmaradás törvényével a folyamat részleteit leírni. Első nekifutásra ezt írnánk:

$$\left(e^- \text{ tömege}\right) + \left(e^+ \text{ tömege}\right) \rightarrow \left(2\gamma \text{ tömege}\right)$$

De a foton tömegére nincs név vagy jel, értékét a foton energiájából számítható tömegekvivalenssel fejezzük ki: $\frac{1}{c^2}h\nu$. Az energiamegmaradás nyelvén pedig könnyű ezt felírni:

$$\begin{aligned}&\left(e^- \text{ nyugalmi energiája}\right) + \left(e^+ \text{ nyugalmi energiája}\right) +\\ &+\left(e^- \text{ mozgási energiája}\right) + \left(e^+ \text{ mozgási energiája}\right) +\\ &+\left(e^- \text{ és } e^+ \text{ kölcsönhatási energiája}\right) \rightarrow \left(2\gamma \text{ energiája}\right).\end{aligned}$$

Az energiamérleg tehát tökéletes. Nézzük meg, hogy a tömeg esetében nem követtünk-e el valami naivságot? Második nekifutásra már jobban megy:

$$\begin{aligned}&\left(e^- \text{ nyugalmi tömege}\right) + \left(e^- \text{ mozgási energiájához tartozó tömeg}\right) +\\ &+\left(e^+ \text{ nyugalmi tömege}\right) + \left(e^+ \text{ mozgási energiájához tartozó tömeg}\right) +\\ &+\left(e^- \text{ és } e^+ \text{ kölcsönhatási energiához tartozó tömeg}\right) \rightarrow\\ &\rightarrow \left(2\gamma \text{ elektromágneses teréhez tartozó tömeg}\right)\end{aligned}$$

Látható, hogy az energiamérleget volt könnyebb felírni, mert a hagyományos fogalmak mellé csak a nyugalmi energia tolakodott be. A tömegmegmaradás felírása már sokkal több gondot okozott, nem lévén kialakult fogalmaink a mozgó test tömegére, a kölcsönhatás tömegmódosító hatására, az elektromágneses tér tömegére. Ezeket az $E = mc^2$ egyenértékűség alapján pótoljuk a használatosabb, hozzáférhetőbb mennyiséggel. De ez mégsem változtat azon, hogy külön fennáll a tömegmegmaradás tétele, és külön fennáll az energiamegmaradás tétele. Persze külön fennáll az impulzusmegmaradás tétele is. Nincs szó igazán „annihilációról" – ahogyan ezt a reakciótípust a kortárs irodalom elnevezte, mert az anyag nem pusztult el, nem foszlott semmivé, csupán egyik formája egy másik megjelenési formába alakult át.

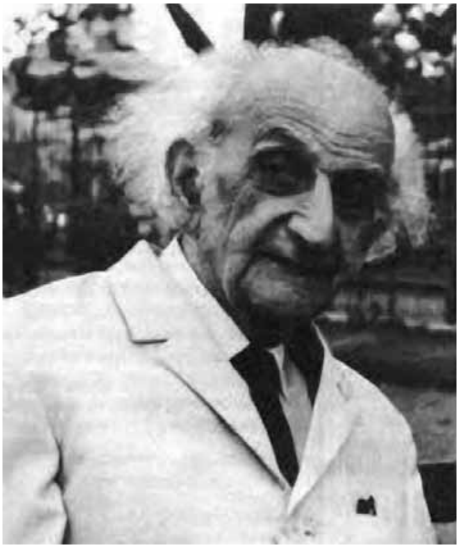
A magfizika valóban új területet nyitott, ahol a relativisztikus jelenségek számára a nagy energia- és tömegkoncentrációk, az erős kölcsönhatás miatt valóban lényegessé váltak a relativisztikus dinamika finomságai. Nem úgy, mint a hétköznapi gyakorlatban, ahol a relativisztikus jelenségek általában jelentéktelen eltéréseket okoznak. Ebben rejlik a félremagyarázhatóság oka. Túlzott tehernek tűnik a pontos fogalmak idézgetése, amikor a hétköznapi viszonyokban nem érezhető a szerepük. Elszokunk tőlük – ha egyáltalán már megszoktuk őket –, és tanácstalanul siránkozunk „a dolgok bonyolultságán", amit elsősorban felületességünk okozott.

KÖVETKEZTETÉS

A fizika a többi természettudománnyal karöltve az anyagot vizsgálja, egyik megjelenési formájából a másikba való alakulásának törvényeit keresi. Ezt a jól definiált tulajdonságok mérésével teszi, a tapasztalat eredményeit általános törvényekbe, kvantitatív összefüggésekbe rendezi, amiből természettörvényeket olvas ki. Ezek közül előkelő helyet foglalnak el az anyag megmaradását kifejező megmaradási törvények az anyag tulajdonságairól: tömegről, energiáról, impulzusról… stb.

Nem lesz tömegből energia stb. A tömeget az energiával összekeverő zavaros nomenklatúra hátráltatja a kutatást és megértését, a pontos fogalmazás előreviszi és segíti. Ha figyelünk és türelmesen gondolkodunk, akkor rend lesz – az embernek a természet jelenségeiről alkotott képében is.

LÁNCZOS KORNÉL EREDMÉNYEI A RELATIVITÁSELMÉLET TERÜLETÉN[26]



Lánczos Kornél

Lánczos Kornél hét éves volt 1900-ban, amikor Planck publikálta kvantumhipotézisét, tizenkét éves, amikor megjelent Einstein dolgozata a speciális relativitáselméletről, huszonhárom, amikor az általános relativitáselmélet megszületett. Ekkor éppen végez a budapesti Tudományegyetemen. Amikor 1925-ben megszületett a kvantummechanika, a 32 éves Lánczos Kornélt már Németországban, a modern fizika akkori szellemi műhelyeiben találjuk.

Az egyetemi tanulmányait végző ifjú figyelmét minden valószínűség szerint Zemplén Győző terelte a relativitáselmélet felé a műegyetemi előadásai során. A század elején a Kolozsvárott működő Farkas Gyula mellett az egyetlen fizikus ugyanis a budapesti Zemplén Győző, akinek katedráján már elhangzottak a relativitáselmélet felismeréseit méltató előadások.

Lánczos Kornél, aki már korai éveiben is mélyreható szemlélettel párosult nagy matematikai műveltségről tett tanúbizonyságot, aki sohasem hátrált meg vagy veszett el számítási nehézségekben, aki a számok és jelek bűvölete helyett egységes tudományos világkép kialakítása érdekében

[26] A tanulmány előzménye: Abonyi Iván: Lánczos Kornél eredményei a relativitáselmélet területén. Előadás Székesfehérvárott, Lánczos Kornél századik születésnapján. Egy változat megjelent a Fejér Megyei Levéltár Közleményei, No. 15. p 72–93. (2003) – Egy másik változat: előadás a TIT Kossuth Klubban 2003-ban.

olthatatlan kíváncsisággal vetette magát az új megismerés lehetőségeibe, szinte törvényszerűen talált fontos problémákra a relativitáselmélettel kapcsolatban. Azzal a relativitáselmélettel, mely szinte vele együtt fejlődött. Mondhatnánk azt is: Lánczos Kornél – ehhez – jókor érkezett.

1919-ben készítette el Tangl Károly professzor tanársegédeként a budapesti Műegyetemen doktori értekezését, amely Németh József híres műszaki és tudományos könyvkereskedésének közvetítésével 50 példányban jelent meg németül.[27] A magyar történelem alakulása miatt ezt az értekezést csak 1922-ben védte meg, a szegedi professzornál, Ortvay Rudolfnál. Az értekezés eredményeit 1929-ben ismerteti a Dirac-egyenlettel kapcsolatos cikkében.[28]

A KEZDET: LÁNCZOS ÉS A SPECIÁLIS RELATIVITÁSELMÉLET

A doktori értekezésének a címe: *'A Maxwell-féle éteregyenletek függvénytani vonatkozásai'*. Érdemes fő állítását bemutatni. Lánczos Einstein speciális relativitáselméletének alapján abból indul ki, hogy a térítő négydimenziós, az elektrodinamikai térjellemzők e négydimenziós térben bevezetett koordináták függvényei. Észreveszi, hogy e négy változó egy négy összetevőjű hiperkomplex számmal is reprezentálható, a Heaviside-féle kvaternióval. A kvaternió olyan négy összetevőjű mennyiség, mely a közönséges, két összetevőjű K komplex szám koncepciójának általánosítása a négy dimenzió esetére. Legyen a négy egymásra ortogonális egységvektor e_x, e_y, e_z, e_t; akkor az R kvaternió lehet például

$$R = x\underline{e}_x + y\underline{e}_y + z\underline{e}_z + t\underline{e}_t\,,$$

vagy

$$R = x_i\underline{e}_i \qquad (i = 1, 2, 3, 4)$$

és a kétszer előforduló indexre 1-től 4-ig összegzünk. R-nek x, y, z, t komponensei akár hagyományos komplex számok is lehetnek. A közönséges

$$Z = X + iY$$

[27] Kornél Laewy (Lánczos): Die funktionentheoretischen Beziehungen der Maxwellschen Aethergleichungen. Bp., 1919. Verlagsbuchhandlung Josef Németh. – Az értekezés címlapja látható a 'James Clerk Maxwell és a klasszikus elektrodinamika nagy szintézise' c. tanulmányunkban, in: Abonyi Iván: Kiemelkedő fejezetek a XVII–XIX. század fizikájából. Piliscsaba, 2008. Magyar Tudománytörténeti Intézet. p. 111. (Magyar Tudománytörténeti Szemle Könyvtára 72.)

[28] C. Lanczos: Die tensoranalytischen Beziehungen der Diracschen Gleichung. = Zeitschrift für Physik, Vol. 57. (1929) pp. 447-473.

komplex változó

$$F(Z) = U(X, Y) + iV(X, Y)$$

függvényének differenciálhatósági feltétele a jól ismert Cauchy–Riemann-féle

$$(\partial_x + i\partial_y)(U + iV) = 0$$

differenciálegyenletek teljesülése. Itt $\partial_x = \partial / \partial_x$.

Lánczos megállapítja, hogy értelmezhető az R kvanterniónak mint hiperkomplex változónak $\phi(R)$ hiperkomplex függvénye, aminek természetesen négy összetevője van, ezek a ϕ_i-k:

$$\phi(R) = \phi_i \underline{e}_i.$$

Értelmezhető a

$$\phi(R) = \phi(x_i) = \phi(x_1, x_2, x_3, x_4) = \phi(x, y, z, t)$$

négyváltozós függvény, s a Cauchy–Riemann-egyenletek analógiájára megállapítható a differenciálhatóság feltétele. Ha a

$$\partial_s e_s = \partial_1 e_1 + \partial_2 e_2 + \partial_3 e_3 + \partial_4 e_4 = \partial_x e_x + \partial_y e_y + \partial_z e_z + \partial_t e_t$$

jelölést alkalmazzuk, akkor ez a feltétel

$$(\partial_s e_s)(\phi_r e_r) = 0, \quad (s, r = 1, 2, 3, 4)$$

a kvaternió-függvényekre vonatkozó négy Cauchy–Riemann-egyenlet.

Most, a matematikai eszköz bemutatása után érünk el Lánczos Kornél fizikai megállapításához. Amennyiben *azt* a kvaterniófüggvényt vizsgáljuk, amelynél a hozzárendelés:

$$\phi(R) = \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} E_x + iH_x \\ E_y + iH_y \\ E_z + iH_z \\ 0 \end{Bmatrix}$$

alakú, akkor a kvaterniókra vonatkozó Cauchy–Riemann-egyenletek rendre a következők:

$$\dot{\vec{F}} - \vec{\partial} \times \vec{F} = 0 \qquad \text{és} \qquad \vec{\partial}\vec{F} = 0,$$

ahol $\vec{F} = (\phi_1, \phi_s, \phi_3)$ és $\vec{\partial} = (\partial_1, \partial_2, \partial_3)$. Tehát a valós és a képzetes részeket a komplex egyenletben szétválasztva

$$\dot{\vec{E}} - c\nabla \times \vec{H} = 0 \qquad \dot{\vec{H}} + c\nabla \times \vec{E} = 0$$
$$\nabla\vec{E} = 0 \qquad \nabla\vec{H} = 0$$

adódik. A konklúzió a forrásmentes elektromágneses erőtér Maxwell-egyenletei egy jól választott kvanterniófüggvény differenciálhatósági feltételeiként jelennek meg a Minkowski-világban. Lánczos erre alapozva még kifejti a kvaternió-elektrodinamika (mint relativisztikus elektrodinamika) főbb megállapításait, például a Laplace–Poisson-egyenletre és a potenciálfüggvénynek a ponttöltés helyén mutatott szinguláris viselkedésére vonatkozóan.

Lánczos eredményének az a jelentősége, hogy megmutatta a négydimenziós Minkowski-világ geometriai tulajdonságai tükröződnek a Maxwell-egyenletekben.

A tagadhatatlanul bizarr meglátás most már érthető módon nem találkozhatott sem Tangl Károly, sem Fröhlich Izidor érdeklődésével, ezért kellett Lánczosnak a fiatalabb Ortvayhoz fordulnia. Pedig a Heaviside-féle kvaterniókat már maga Maxwell is alkalmazta a *'Treatise'*-ban. Később pedig kiderült, hogy a kvaterniók a Lorentz-csoportnak a négyesvektorokéval izomorf ábrázolásai.

A KIBONTAKOZÁS: LÁNCZOS A MAGA MÓDJÁN FELTÁRJA AZ ÁLTALÁNOS RELATIVITÁSELMÉLET TARTALMÁT

A doktori értekezés után Lánczos figyelme az általános relativitáselmélet (ARE) felé fordul. A frissen kibontakozó új elmélet bonyolultnak látszó differenciálgeometriai köntöse alatt megtalálni a fizikai tartalmat, ez teszi évtizedekre kíváncsivá. Az ARE, ami Lánczos előtt állt, az alábbiakban foglalható össze, távirati stílusban.

A téridő geometriai és kronometriai viszonyait a benne tetszőlegesen bevezetett négy x_k koordináta segítségével lehet leírni, két szomszédos esemény között a $(ds)^2$ ívelemnégyzet

$$(ds)^2 = g_{ik}\, dx^i dx^k$$

alakban felírva adja a g_{ik} metrikus tenzor elemeinek geometriai definícióját. Az így feltárt $g_{ik} = g_{ki}$ metrikus téridő 10 darab $g_{ik}(x_k)$ függvénnyel írható le, ezek kimérésének a téridő minden geometriai sajátságaira, így például görbületére is választ kell adnia. A téridő görbületét a g_{ik}-kból és a belőlük

$$\Gamma^l_{ik} = \tfrac{1}{2} g^{rl} \left(\partial_k g_{ir} + \partial_i g_{kr} - \partial_r g_{ik} \right)$$

képlet alapján képzett Γ-kból előállított R_{ik} görbületi tenzor jellemzi:

$$R_{ik} = \partial_i \Gamma^r_{kr} - \partial_r \Gamma^r_{ik} + \Gamma^r_{is} \Gamma^s_{kr} - \Gamma^r_{sr} \Gamma^s_{ik}\,,$$

amely zérus, ha a téridő görbülete zérus (vagyis a téridő Minkowski-féle). Az ARE Einstein-egyenletei

$$R_{ik} = \kappa\left(\mathrm{T}_{\iota\kappa} - \frac{1}{2} g_{ik} T_r^r\right),$$

más alakban

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \kappa T_{ik}$$

egyenletek, ahol $R = R_{ik} g^{ik}$, $\kappa = -8\pi G c^{-4}$, G a newtoni gravitációs állandó, és T_{ik} a térben lévő anyag energia-impulzus-tenzora. Ezek a csatolt nemlineáris parciális differenciálegyenletek azt fejezik ki, hogy a *téridő geometriai* és kronometriai *viszonyait a benne lévő anyag* (tömegével, mozgásával, kölcsönhatásával, feszültségeivel stb., ami mind tömeg-ekvivalens képződéséhez vezet) *határozza meg.*

Az Einstein-egyenleteket az a követelmény adja, hogy az

$$I = \int R\sqrt{g}\, dx^1 dx^2 dx^3 dx^4$$

hatásintegrál minimális értéket vegyen fel. Ez a feltevés vezet a legegyszerűbb másodrendű csatolt parciális differenciálegyenlet-rendszerhez, az Einstein-egyenletekhez. Ez tehát az ARE első posztulátuma a téridő és az anyag kapcsolatáról, ami a gravitációs kölcsönhatást az anyag okozta térgörbülettel *geometrizálta*.

A második posztulátum a mozgás posztulátuma. Eszerint a (kis méretű) testek a nagy méretű testek (az univerzum anyaga) által létrehozott téridő-geometria geodétikus vonalain fognak mozogni, ha csak gravitációs kölcsönhatásban vesznek részt. Ez a geodétikus axióma.

Ez a differenciálgeometriai formalizmus a téridő tetszőleges paraméterezése esetén is egyértelműen rámutat a téridő görbültségére, amit a viszonyok leírása szempontjából örvendetes szabadságnak tekinthetünk: *nem függ a fizikai tartalom a vonatkoztatási* (koordináta-) *rendszer megválasztásától*.

Az Einstein-egyenletek pontszerű tömegeloszlás esetére, tőle *nagy távolságban* reprodukálták a newtoni gravitációelmélet állításait, a tömegponthoz közel azonban jelentős módosítások jelentkeznek az ARE-ben a newtoni elmélethez képest (Schwarzschild-féle megoldás).

A Schwarzschild-megoldás elemzése tette lehetővé az elmélet új mondanivalójának kiértékelését: például a Merkur perihélium-elfordulásának, majd a Nap mellett elhaladó fénysugár pályája elgörbülésének és a gravitációs vöröseltolódás mértékének meghatározását. Ezekből a jelenségekből lettek az általános relativitáselméletnek a newtoni gravitációelméleten látványosan túlmenő jóslataiból az új koncepció perdöntő bizonyítékai. Bonyolultabb feladatok elemzésekor azonban hatalmas számítási nehézségek tornyosultak a kíváncsi kutató elé.

Lánczos felhasználta az általános relativitáselméletnek a programjából azt a mozzanatot, hogy a leírásban a használt koordinátarendszernek nem lehet kitűntetett szerepe. Ezért egy olyan koordinátarendszer bevezetését, szükség esetén egy olyan koordinátatranszformáció végrehajtását javasolta, melynek eredményeként az Einstein-egyenletek gyenge gravitációs tér esetén egy metrikus tenzorból felépülő függvényre a d'Alembert-típusú hullámegyenletbe mennek át. Ennek megoldási technikája pedig a klasszikus potenciálelmélet elektrodinamikán kicsiszolt eredményei nyomán ismert vagy legalábbis kidolgozható. Ha Lánczossal ezeket az új koordinátákat *normálkoordinátáknak* nevezzük, akkor ezek segítségével többek között az alábbi fontos megállapítások tehetők:[29]

– az üres, anyagmentes téridő euklideszi, ha a végtelenben a peremfeltételek euklideszi teret írnak elő,
– ha valahol egy tartományban van anyag, az Einstein-egyenletek a téridőt mindig és mindenütt egyértelműen meghatározzák, hacsak a tömegeloszlást a térben egy ellipszoid határolja, ekkor a téridőben elkülöníthető egy egyparaméteres időtengely.

A csillagászati alkalmazások számára fontos probléma a forgó tömegeloszlások gravitációs erőterének meghatározása. Lánczos kimutatta,[30] hogy az Einstein-egyenletek alapján a forgó mozgásra nem tartható fenn a mozgás relativitása. A kérdést aktuálissá az tette Lánczos számára, hogy a 'Die Naturwissenschaften' című folyóirat oldalain A. Kopff hasonló címen a problémát tárgyalva nem fogalmazott világosan. Lánczos kimutatta, nincs lehetőség egyedülálló test világvonalát egyszerűen a forgást leíró csavarvonal jellegű téridőgörbeként felvenni. A centrifugális és a Coriolis-erőket nem lehet invariáns módon szétválasztani, ezek együtt képezik a tehetetlenségi erőket, egy izolált testnél eltűnésük az energia-impulzus-tenzor divergenciamentességét vonja maga után. Más szóval: forgó test egyensúlyához a belsejében feszültségeknek kell fellépniük. Ha valaki ezek figyelembevételét az energia-impulzus-tenzorban elmulasztja, az hiba.

Az általános relativitáselmélet a kozmológia számára világmodelleket képes felkínálni. A de Sitter által javasolt univerzummodell taglalásakor Lánczos megmutatta,[31] hogy Laue kijelentésével ellentétben a de Sitter-modellben tömeghorizont nem lehet a kozmológiai vöröseltolódás oka, mert ilyen tömeghorizont nincsen.

[29] Kornel Lanczos: Zur Theorie der Einsteinschen Gravitations-gleichungen. = Zeitschrift für Physik. Vol. 13. (1923) pp. 7–16.

[30] Kornel Lanczos: Zum Rotationsproblem der allgemeinen Relativitätstheorie. = Zeitschrift für Physik. Vol. 14. (1923) pp. 204–219.

[31] Kornel Lanczos: Über die Rotverschiebung in der de Sitterschen Welt. = Zeitschrift für Physik. Vol. 17. (1923) pp. 168–189.; Bemerkung zur de Sitterschen Welt. = Physikalische Zeitschrift. Vol. 23. (1922) pp. 539–543.

A vöröseltolódás ügyében részletes elemzést végez ezután. Megvizsgálja, hogy adható-e objektív kritérium annak eldöntésére, hogy egy adott vöröseltolódás a téridő metrikai szerkezetéből származik-e vagy csak egy sima mozgás Doppler-effektusaként értelmezendő. Az elemzésben döntő szerepet kap, hogy az ARE a fizikai tényeket a téridő invariáns geometriai viszonyaival fejezi ki. S így a statikus koordinátarendszerre támaszkodó érvelések *nem vezethetnek helyes eredményre*, nem adhatnak objektív választ. A megfigyelő órája és a fényforrás helyén lévő óra időütemkülönbsége, a vonaleltolódás, Lánczos kimutatja, hogy ez csak attól a két szögtől függ, amit az illető helyeken az órák világvonalai az eseményeket összekötő fényúttal bezárnak. Ezért a gravitációs vonaleltolódást ugyanúgy Doppler-eltolódásként lehet értelmezni, ahogyan ezt az észlelő és a forrás világvonalának összehasonlításával a speciális elméletben tettük. Ezért minden vonaleltolódás Doppler-eltolódásként értelmezendő. S ha tetszik: a Nap fényében tapasztalt vöröseltolódási Doppler-effektus arról árulkodik, hogy ott a párhuzamosok euklideszi axiómája *nem teljesül*.

A modern gravitációelméletben is gyakorta fellép az a klasszikusan is tapasztalt eset, amikor a bonyolult feladatot egy ismert szituáció mellett fellépő kis módosítás hatásainak keresésével vezethetjük vissza már tárgyalt egyszerűbb esetre. Lánczos 1925-ben Einstein gravitációelméletében kidolgozta a gyenge gravitációs zavarok – kis perturbációk – problémájának a tárgyalását.[32] Adott tetszőleges görbületű metrikus tér jelenlétében az anyag energia-impulzus-tenzorának kis módosulása – mint perturbáció – hatására keletkező metrika-módosulás meghatározását, a jellemző kis paraméter szerinti sorfejtéssel és az általa korábban bevezetett normálkoordinátákkal végezte el. Ez az eljárás a perturbált térmennyiségekre, főleg tenzorokra vonatkozóan, tulajdonképpen a Laplace–Poisson-egyenlettel rokon egyenlettípushoz vezet, amit a Green-függvény (itt Green-tenzor) segítségével oldott meg. Ezzel kapcsolatos egy tisztán matematikai tárgyú dolgozata.[33] Ugyanakkor ez magyarázza azt is, hogy az integrálegyenletek elméletében alkotó módon jártasságot szerezve a kvantummechanikára kontinuummegfogalmazást is adott,[34] ezzel teremtve meg a mátrixmechanika (Heisenberg), a hullámmechanika (Schrödinger hul-

[32] Kornel Lanczos: Zum Problem der unendlich schwachen Felder in der Einsteinschen Gravitationstheorie. = Zeitschrift für Physik. Vol. 31. (1925) pp. 112–132.

[33] Kornel Lanczos: Über tensorielle Integralgleichungen. = Mathematische Annalen. Vol. 95. (1925) pp. 143–153.

[34] Marx György: Lánczos Kornél (1893–1974). = Fizikai Szemle 43 (1993) pp. 81-87.; Kornel Lanczos: Über eine feldmässige Darstellung der neuen Quantenmechanik. = Zeitschrift für Physik. Vol. 35. (1926) pp. 812–830.; Kornel Lanczos: Variationsprinzip und Quantenbedingungen. = Zeitschrift für Physik. Vol. 36. (1926) pp. 401–409.

lámegyenlete) módszerei mellé a kvantummechanika integrálegyenletes megfogalmazását.

Az ARE tartalmának felderítése során a kozmológiai alkalmazások felé fordult. A következő probléma keltette fel érdeklődését: Milyen kozmológiai modellt érdemes tanulmányozni? A lehető legegyszerűbbnek történeti és matematikai alapon is a statikus vagy stacionárius világmodell kínálkozott. Mi már tudjuk, hogy ez ugyanekkor mást is érdekelt. Fridman orosz meteorológus-fizikusra gondolunk, aki bizonyára a földi légkörre vonatkozó ismeretei alapján kezdett el érdeklődni a nemstacionárius modellek iránt. Ismeretes ugyanis, hogy az analógia eléggé jellegzetes: a dinamikus viselkedésű (táguló) légkör mellé Fridman a folyamatosan táguló univerzum két típusát és az oszcilláló univerzumot tárta fel. Lánczos 1924-ben az irodalomban első lépésként közölt stacionárius kozmológiai modellek korrekt analízisét vállalta fel.[35]

Ennek során az Einstein-féle gravitációelmélet keretében kimutatta, hogy egy világ az általános relativitáselmélet értelmében akkor és csak akkor stacionárius, ha méretmeghatározó mennyiségei időtől függetlenekké tehetők. Ez azt jelenti, hogy egy olyan koordinátarendszernek kell léteznie, melyben az univerzum tömegei átlagosan nyugalomban vannak. Olyan helyeken, ahol nincs anyag, egy odavitt próbatest mozgását kell megfigyelni. Ilyen kozmológiai modell idővonalainak geodétikus vonalaknak kell lenniük. Ez kizárja, hogy a Schwarzschild-megoldást alkalmazó de Sitter-modell jó legyen stacionárius kozmológiának. Ehelyett az Einstein-féle hengeruniverzum kínálkozik, ráadásul ebben a modellben a világ anyagának a tömege meghatározott érték, ami talán a csillagászati megfigyelések számára hozzáférhető, tehát tapasztalati ellenőrzés lehetőségét kínálja. Mint Lánczos írja: „Az itt tárgyalt kozmológia esetében talán csak arról van szó, hogy valóságnak egy messzemenően leegyszerűsített modelljét, akárcsak abban az első lépést tesszük meg... Alaptípusként talán nem érdektelen rámutatni egy stacionárius forgásszimmetrikus világszerkezetre, ami az Einstein-féle alapegyenletek tényleges megoldása. Ez a tárgyalásmód (első) példa az egész világot átfogó geometriai tárgyalásmód szépségére, mely még nem járt ösvényeket nyit meg."

Az Einstein-egyenletek mint kezdeti és peremértékfeladatok tanulmányozása még egy kozmológiai érdekességű eredményhez vezette Lánczost.[36] Annak vizsgálata, hogy vajon a homogén $R_{ik} = 0$ Einstein-egyenleteknek a triviális euklideszi sima téridőn kívül is van-e megoldásuk, mely viszont görbült, bár nincs benne anyag, fontos alapkérdést tisztázna.

[35] Kornel Lanczos: Über eine stationäre Kosmologie im Sinne der Einsteinschen Gravitationstheorie. = Zeitschrift für Physik. Vol. 21. (1924) pp. 73–110.

[36] C. Lanczos: Zur Frage der regulären Lösungen der Einsteinschen Gravitationsgleichungen. = Annalen der Physik. Vol. 405. (1932) No. 5. pp. 621-635.

Ekkor ugyanis keresni kellene egy eljárást, ami a két anyagmentes téridő-típust megkülönböztetné. Lánczos kimutatta, hogy ez nem a téregyenletek szerkezetén múlik, hanem az univerzumra kirótt peremfeltételeken.

Ennek a gondolatmenetnek szerves folytatása, hogy a már egyszer az anyagot kell annak a tényezőnek tekinteni, amely a geometriai viszonyokat kialakítja, akkor érdemes lenne a variációfeladatot – melyből az Einstein-egyenletek eredetileg leszármaztathatók – úgy fogalmazni, hogy az anyagra jellemző adatokat kelljen variálni, ami majd a geometriai paraméterek variációit indukálja. Ezt a feladatot oldotta meg Lánczos dolgozatában.[37]

Már Berlinben készült viszont másik dolgozata,[38] amely az Einstein-egyenletekből az adjungált-egyenletek képzésével, a differenciálegyenletek elméletében szokásos eljárással származtat le olyan összeférhetőségi relációkat, amelyekben az általános megmaradási tételekre ismerhetünk. Összesen tíz ilyen nyerhető: az energiára és impulzusra összesen négy, az impulzusnyomatékra három, a tömegközéppont mozgási sebességére három.

LÁNCZOS MINT BEÉRKEZETT KUTATÓ: A MOZGÁS PROBLÉMÁJA AZ ÁLTALÁNOS RELATIVITÁSELMÉLETBEN

A newtoni gravitációelmélet éppen úgy, ahogyan a maxwelli elektrodinamika egy-egy alapvető kölcsönhatás, a gravitációs és az elektromágneses kölcsönhatás leírását tűzte ki célul. Mindkettő persze csak első – bár nagyon a tökéletes befejezettség látszatát keltő – közelítés volt. Ma már tudjuk: a szóban forgó erőterek gyenge, kis intenzitású esetére. Mindkét kölcsönhatás térelmélete mellé a fizikai jelenségek teljes leírása érdekében – a térelméletektől független formában – posztulálni kellett a mozgástörvényt. Ennek az volt a feladata, hogy megmondja, hogyan hat az erőtér a forrására. Mert azt, hogy a forrás milyen erőteret kelt, megmondta a térelmélet. A kis térerősségek esetében lineárisnak bizonyultak a téregyenletek (és ki gondolt volna komolyan akkoriban olyan esetekre, amikor majd egy közegen áthaladó fényimpulzus átalakítja a közeget: mint például nemlineáris optikában). Lineáris térelméletekben pedig érvényesül a megoldások zavartalan szuperpozíciója.

Legyen például $\vec{E}_1, \vec{H}_1$, illetve $\vec{E}_2, \vec{H}_2$, a Maxwell-egyenletek megol-

[37] Kornel Lanczos: Zum Wirkungsprinzip der allgemeinen Relativitätstheorie. = Zeitschrift für Physik. Vol. 32. (1923) pp. 163–172.

[38] C. Lanczos: Über eine invariante Formulierung der Erhaltungssätze in der allgemeinen Relativitätstheorie. = Zeitschrift für Physik. Vol. 59. (1930) pp. 514–539.

dása e_1 és $\vec{v}_1$, illetve e_2 és $\vec{v}_2$ töltéssűrűség és sebesség esetén, akkor abból, hogy rendre fennállnak az

$$e_1\vec{v}_1 + \frac{1}{c}\dot{\vec{E}}_1 = \frac{4\pi}{c}\nabla\times\vec{H}_1,$$

$$\dot{\vec{H}}_1 + c\nabla\times\vec{E}_1 = 0,$$

$$\nabla\vec{E}_1 = 4\pi e_1,$$

$$\nabla\vec{H}_1 = 0,$$

$$e_2 v_2 + \frac{1}{c}\dot{\vec{E}}_2 = \frac{4\pi}{c}\nabla\times\vec{H}_2,$$

$$\dot{\vec{H}}_2 + c\nabla\times\vec{E}_2 = 0,$$

$$\nabla\vec{E}_2 = 4\pi e_2,$$

$$\nabla\vec{H}_2 = 0$$

Maxwell-egyenletek, következik az, hogy teljesülnek a szuperpozícióra az

$$\left(e_1\vec{v}_1 + e_2\vec{v}_2\right) + \frac{1}{c}\left(\dot{\vec{E}}_1 + \dot{\vec{E}}_2\right) = \frac{4\pi}{c}\nabla\times\left(\vec{H}_1 + \vec{H}_2\right),$$

$$\left(\dot{\vec{H}}_1 + \dot{\vec{H}}_2\right) + c\nabla\times\left(\vec{E}_1 + \vec{E}_2\right) = 0,$$

$$\nabla\left(\vec{E}_1 + \vec{E}_2\right) = 4\pi\left(e_1 + e_2\right),$$

$$\nabla\left(\vec{H}_1 + \vec{H}_2\right) = 0$$

Maxwell-egyenletek is. Ez pedig azt jelenti, hogy a két töltés *együtt folytatná* azt a mozgást, amit külön-külön végzett: egyenesvonalú egyenletes mozgást. Pedig állítólag azonos töltések taszítják egymást. Ugyanez mondható a newtoni gravitáció

$$\nabla^2\phi = -4\pi G\rho$$

téregyenletére is, ρ_1 és ρ_2 együttes hatására kialakuló $\phi = \phi_1 + \phi_2$ mellett nem maradhatnak változatlanok a tömegsűrűségek, amit pedig a szuperpozíció elve – egyedül – sugalmaz. Ezért a klasszikus térelméletek szokás szerint külön axiómában rögzítik a forrásra gyakorolt mozgató hatást. Ez a Newton II. axiómájának megfelelő mozgástörvény.

Az ARE egyik sarkalatos meglepetése – és sok nehézség forrása – az a tény, hogy az Einstein-egyenletek nemlineáris csatolt rendszert képeznek. Ily módon megszűnik a szuperpozíció lehetősége és felcsillan a remény arra, hogy a klasszikus (lineáris) térelméletek szükségmegoldása – a független, deus ex machina jellegű mozgástörvény – helyébe egyedül a (nemlineáris) téregyenlet lépjen. Ebben benne kell foglaltatnia valahogyan a mozgástörvénynek is. S ha ez a felismerés helyesnek bizonyul, akkor az erőterek nemlineáris téregyenletekkel dolgozó elméletei egy ad hoc axiómát megtakaríthatnak, az elmélet logikailag egyszerűbb és tisztább, a fizikai világkép egységesebb lesz,

Az ARE-ben 1927-ben jelent meg ez a probléma. 1927. február 24-én kelt Einstein és Grommer közleménye,[39] melyben a tömegpontot a metrikus tér szingularitásának tekintik. Ekkor az egyéb forrásokból származó átlagos háttér metrikus terét a (próbatest) szingularitásétól el lehet választani (külön nyomon lehet követni). A felbontás során az Einstein-egyenletekből a háttér erőtérre lineáris egyenletek következnek (a nemlineáris egyenletrendszer kis zavar esetére linearizálható). Ekkor felismerhető, hogy a tömegpont-szingularitás a lineáris Einstein-egyenletekből meghatározott globális geometria geodétikus vonalain fog haladni. Ezzel a mozgástörvényként szolgáló geodétikus vonal princípium tovább már nem független mozgásaxióma, hiszen a nemlineáris téregyenletekből levezethető. Einstein és Grommer hangsúlyozzák: „először fordul elő egy térelméletben, hogy az a szingularitások mechanikai viselkedését tartalmazza”.

Lánczos a Zeitschrift für Physik című folyóiratba 1927. július 29-én küldte be *’Az általános relativitáselmélet dinamikájához’* című dolgozatát.[40] Ebben részletesebben kidolgozza az Einstein–Grommer-koncepciót. Bemutatja a különálló dinamikai alapelv azáltal válik feleslegessé, hogy a mozgó test által észlelt metrikus tér (a gravitáció) és a test mozgása egymásra kölcsönösen meghatározott hatást gyakorol. A gyorsító tér, amely a téregyenletekből származtatható, egy transzlációt, egy rugalmas deformációt és forgatást tartalmaz, amiből a transzlációra vonatkozóan a geodétikus vonalon való mozgás elvével azonos következtetésre juthatunk. „Nem az anyag viszi magával az erőteret, hanem az erőtér sodorja magával az anyagot” – mondta Lánczos. A részletes elemzésben kimutatta, hogy a háttér egyértelműségét az az eljárás biztosította, amelyet korábbi írásában[41] már elemzett és amiben a számítások során a speciális előnyökkel kecsegtető koordinátarendszert alkalmazta.

[39] Albert Einstein – Jakob Grommer: Allgemeine Relativitätstheorie und Bewegungsgesetz. = Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1927. No 1. pp. 2–13.

[40] Kornel Lanczos: Zur Dynamik der allgemeinen Relativitätstheorie. = Zeitschrift für Physik. Vol. 44. (1927) pp. 773–792.

[41] Kornel Lanczos: Zur Theorie der Einsteinschen Gravitations-gleichungen. = Zeitschrift für Physik. Vol. 13. (1923) pp. 7–16.

1927. november 24-én mutatták be Einstein egy dolgozatát a Porosz Tudományos Akadémia ülésén,[42] melyben már hivatkozik Lánczos munkájára[43] is, és részletesen kifejti a gravitációs pontszingularitás mozgásegyenletének meghatározását. Most azzal a kiegészítéssel, hogy a szingularitásnak elektromos töltést is tulajdonít, az anyagi tenzorban pedig a külső (háttér) elektromágneses erőtér járulékait is figyelembe veszi. Az eredmény: a töltött részecske Newton–Lorentz-féle mozgásegyenlete. A módszer tehát működőképes, nemcsak egyedül a gravitáció, hanem más – nemgeometrizált – erőterek társaságában is.

Ezzel tehát lendületes kezdetét vette az ARE olyan belső egységének feltárása, melynek végeredménye – több évtizedre kinyúló kutatások után – az lett, hogy ma az ARE-t első sorban a klasszikus szóhasználat értelmében, a tér, az idő, a gravitáció és a mozgás általános elméletének tekintjük. (A megfogalmazás V. I. Fok szavaival történt, aki a mozgástörvénynek téregyenletekre való visszavezetésében szintén nagy érdemeket szerzett.) E kutatások alapvető nehézsége éppen abban rejlik, hogy a nemlineáris parciális differenciálegyenletekben hogyan lehet értelmesen elválasztani azt az anyagdarabot, aminek a mozgására kíváncsiak vagyunk, a többi anyagtól – úgy, hogy az egymásrahatás leírása értelmes esetekre realizálható és gyakorlatilag végigszámolható is legyen. Ahogyan a klasszikus newtoni mechanika sem állhatott meg a tömegpont modelljénél, hanem előre kellett haladnia a pontrendszer után a kiterjedt – makroszkopikusan összefüggő – modellelrendezések esetei felé, úgy kell majd az ARE-ben is eljárni. S az már előre világos, hogy ha az ARE a newtoni gravitációelméletet csak gyenge tér közelítésben reprodukálja, akkor az ARE téregyenleteiből levezetett mozgásegyenletek is csak hasonló határesetben fogják reprodukálni a newtoni mozgástörvényeket. Az ARE miatt lesznek tehát úgynevezett poszt-newtoni korrekciók.

A pontszingularitásnál bonyolultabb esetet véve figyelembe 1938-ra Einstein és két munkatársa, Banesh Hoffman és Leopold Infeld segítségével véghezvitte a mozgásegyenletek előállítását a téregyenletekből. Hatalmas munka volt ez, publikációja is sajátos módon történt. Az Einstein–Infeld–Hoffman-mű[44] alapjául szolgáló számításokat teljes terjedelemben nem is közölték, a részletes kéziratot a Princeton Institute of Advanced Studies könyvtárában helyezték letétbe. További évek erőfeszítései E. Scheidegger számára lehetővé tették, hogy az egész számítást már egy

[42] Albert Einstein: Allgemeine Relativitätstheorie und Bewegungsgesetz. = Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1927. No 32. pp. 235–245.

[43] Kornel Lanczos: Zur Dynamik der allgemeinen Relativitätstheorie. = Zeitschrift für Physik. Vol. 44. (1927) pp. 773–792.

[44] A. Einstein – L. Infeld – B. Hoffmann: The Gravitational Equations and the Problem of Motion. = Annals of Mathematics. Vol. 39. (1938) pp. 65–100.

aránylag rövid dolgozatban[45] nyilvánosságra hozza. Hasonló programon dolgozott V. A. Fok,[46] más közelítő eljárást alkalmazva. Később még további eljárási egyszerűsítésekkel N. M. Petrova hozta nyilvánosságra[47] az eredményeket. Valamennyien Lánczos Kornélnak a módszerét használták, amit a gravitációs egyenletek egyszerűsítése érdekében – a koordinátarendszer-választás szabadságának fenntartásával, tehát az általánosság megszorítása nélkül – vezetett be. Olyan koordinátarendszert használtak ugyanis, melyben a metrika egyes kulcsfontosságú kifejezései d'Alembert-típusú hullámegyenletnek tesznek eleget.[48] Ezt a könnyítő feltevést és módszert a mozgásegyenlet-probléma irodalma a harmonikus koordináták módszere néven emlegeti, gyakorlatilag anélkül, hogy Lánczos Kornélra, illetve munkájára[49] hivatkoznának.

Az a mozzanat, ami a mozgásprobléma tárgyalásához vezet, az energia-impulzus-tenzor divergenciamentessége, gyakorlatilag az Einstein-tenzor divergenciamentességének közvetlen folyománya. Ez a Bianchi-azonosság a görbületi tenzor szimmetriatulajdonságán alapul.

A kiterjedt test problémáját az Einstein–Infeld–Hoffman-módszerrel csak úgy sikerült tárgyalni, hogy feltették, a részecske belvilágának nem lehet szerepe a mozgató erő meghatározásában, majd a távolság reciprok hatványai szerint haladó sorfejtést hajtottak végre.

Lánczosnak már 1930-ban sikerült megmutatnia,[50] hogy az általános relativitáselméletből egy részecske newtoni mozgásegyenlete levezethető az általánosított Gauss-tétel segítségével és rámutatott arra, hogy a mozgásegyenlet leszármaztatása két szükségszerű lépésből áll. Az első – bármilyen triviálisnak tűnjék is – annak megállapítása, hogy az impulzust a tömeg és a sebesség szorzataként vezetjük be az anyag jellemzésére. A másik az, hogy az impulzus idő szerinti deriváltja a mozgató erő. Amennyire aránylag egyszerű a kérdés második része – ha az elsőt tisztáztuk már – annyival nehezebb az első részére a megfelelő formát kihozni. Lánczos kimutatta, hogy az impulzus a tömeg és a sebesség szorzata-

[45] Adrian E. Scheidegger: Gravitational Motion. = Reviews of Modern Physics. Vol. 25. (1953) pp. 451–468.
[46] V. A. Fok: Véges tömegek mozgása az általános relativitáselméletben. (Oroszul). = Zsurnal Ekszper. Tyeor. Fiz. Vol. 9. (1939) p. 375., franciául: Journal de Physique de l'USSR. Vol. 1. (1939) p. 81.
[47] N. M. Petrova: Véges tömegű pontok rendszerének mozgásegyenlete és tömegtenzora az általános relativitáselméletben. (Oroszul). = Ucs. Zap. Kazany Gosz. Univ. 117 IX. 35 (1957) – ZsETF 27, 563, (1954)
[48] Kornel Lanczos: Ein vereinfachende Koordinatensystem für die Einsteinschen Gravitationsgleichungen. = Physikalische Zeitschrift. Vol. 23. (1922) pp. 537–539.
[49] Kornel Lanczos: Ein vereinfachende Koordinatensystem für die Einsteinschen Gravitationsgleichungen. = Physikalische Zeitschrift. Vol. 23. (1922) pp. 537–539.
[50] C. Lanczos: Über eine invariante Formulierung der Erhaltungssätze in der allgemeinen Relativitätstheorie. = Zeitschrift für Physik. Vol. 59. (1930) pp. 514–539.

ként az Einstein-egyenletekből is úgy értelmezhető, hogy a mozgató erők kifejezése egy olyan térfogati integrál alakjában adódik, amelyet felületi integrállá lehet alakítani. Emellett a tehetetlen tömeg és a tömegeloszlás tömegközéppontját tartalmazó kifejezések viszont olyan térfogati integráloknak adódtak Lánczosnál, amelyek nem transzformálhatók felületi integrállá. Egyfelől ez objektív megfogalmazást kínál a figyelembe vett anyagdarab sajátságainak jellemzésére, lehet tudni, hogy mi a belső és mi a külső járulék. Másfelől ez teszi lehetővé a pontszingularitás esetén, hogy teljes egzaktsággal bizonyítható legyen a newtoni értelemben vehető és a geodétikus elvvel egyenértékű mozgásegyenlet következik a nemlineáris Einstein-egyenletekből.

Lánczos dolgozata[51] Amerikában publikált kibővített[52] változatában megállapította, hogy a kiterjedt test tömegét az energia-impulzus tenzornak a test belvilágában felvett értéke határozza meg. Ez mindenképpen más konklúzió, mint az Einstein–Infeld–Hoffmann-dolgozaté.[53] Erre az elektromágneses energia-impulzus-tenzor egy tulajdonságát felhasználva példát mutat be és bizonyítja, hogy a kiterjedt rendszer, a „részecske" tehetetlen tömege szükségképpen csak pozitív lehet. A súlyos tömeg értékét is kiszámítja és azt az Eötvös-törvénynek megfelelően a tehetetlen tömeggel arányosnak találja. Bár az arányossági tényező körülbelül 80%-kal nagyobbnak adódik nála a kívántnál, az eltérés tendenciájának tapasztalati indokolásául megpróbálta felhozni Finlay-Freundlich akkori fénysugár-elgörbülési méréseit. Ez a probléma azonban ebben az összefüggésben mindmáig nyitott maradt.

A lényeg az, hogy bebizonyítja, a téregyenletekből a kiterjedt test mozgásegyenlete is levezethető. Az eredmény azonban nem egyezik meg azzal, amit a geodétikus elvből nyernénk! Ebben nyilvánulnak meg azok az effektusok, amikre már korábban is rámutatott, hogy általános mozgás esetére nehéz az energia-impulzus-tenzornak a test belsejében felvett értékét kitalálni, ennek meghatározását is a téregyenletekre kell bízni, másrészt az ARE maga is hozhat új effektusokat.

A mozgásegyenlet leszármaztatása problémakörének lezárása ezután azzal a megoldással következett be, hogy a kiterjedt forrásokra A. Papapetrou kidolgozta a tömegeloszlás momentum-sorának közelítését.[54] A pontszerű forrásokra L. Infeld és J. Plebanski – a Dirac-féle deltafügg-

[51] C. Lanczos: Über eine invariante Formulierung der Erhaltungssätze in der allgemeinen Relativitätstheorie. = Zeitschrift für Physik. Vol. 59. (1930) pp. 514–539.

[52] C. Lanczos: The Dynamics of a Particle in General Relativity. = Physical Review. Vol. 59. (1941) pp. 813–819.

[53] A. Einstein – L. Infeld – B. Hoffmann: The Gravitational Equations and the Problem of Motion. = Annals of Mathematics. Vol. 39. (1938) pp. 65–100.

[54] A. Papapetrou: Equations of Motion in General Relativity. = Proceedings Physical Society. Section A. Vol. 64. (1951) pp. 57–75.

vény disztribúcióelméleti megalapozása után – a deltafüggvénnyel végzik el a mozgásegyenlet levezetését a téregyenletekből.[55]

Sajátos körülmény, hogy Infeld és Plebanski monográfiája, amelyet tulajdonképpen az általános relativitáselmélet e problémakörének szenteltek a szerzői, Lánczos Kornél eredményeiről, módszeréről és tételeiről egyáltalán nem emlékeztek meg.

Lánczos Kornél legnagyobb jelentőségű hozzájárulása az ARE kidolgozásához a mozgásegyenletek problémájának vizsgálatában született, miként a fentiekben vázoltuk. Érdekes körülmény, hogy a problémakör lényegét – és benne Lánczos teljesítményét – a relativitáselmélet nagymonográfiái közül csak J. L. Synge műve[56] méltatja jelentőségének megfelelően. Synge Lánczost jól ismerte, éveken keresztül együtt dolgoztak a dublini Institute for Advanced Studies falai között.

RELATIVITÁSELMÉLETI VÉGJÁTÉKOK: LÁNCZOS ÉS A KLASSZIKUS EGYSÉGESÍTETT TÉRELMÉLETEK

Az ARE keretében a gravitáció elmélete kibontakozóban volt a húszas–harmincas években – mint láttuk. A klasszikus térelméletben, az ARE hatása miatt az atomfizikában pedig a kvantummechanika lendületes kibontakozása (1927–1930) következtében fokozott érdeklődés nyilvánult meg az elektromágneses jelenségeknek az általános relativitáselméletbe történő lehető legtermészetesebb befoglalása iránt.

Nem árt felidézni, hogy ekkor még csak a gravitáció és az elektromágneses kölcsönhatás volt ismert, az erős és a gyenge csak a harmincas évek közepétől bonyolította a képet, végleges polgárjogot azonban csak az ötvenes években szerzett. A modern egységesítési törekvések is csak körülbelül azóta jelentősek.

Az ARE a gravitációt az Eötvös-törvényben megfogalmazott tapasztalati tény alapján geometrizálta. Ez azt jelenti, hogy a gravitáció fizikájának kijelentései geometriai fogalmak segítségével fejeződtek ki. Hamarosan, már Einsteinben is, felmerült az a gondolat, hogy meg kellene keresni a geometriai keret megfelelő bővítésével – általánosításával – azokat a térszerkezeti jellemzőket, amelyek az elektromágneses kölcsönhatás paramétereivel azonosíthatók lehetnek. (Ez a geometriai modell bonyolítása.) Ily módon az elektromágneses erőtér elmélete is geometrizálható lenne, és ha az ARE kereteibe is beilleszthető lesz, akkor ugyanarra a

[55] L. Infeld – J. Plebanski: Relativity and Motion. London, 1960. Pergamon Press.
[56] J. L. Synge: Relativity, the General Theory. Amsterdam, 1960. North Holland. Publ. Co.

mintára készült elmélet a gravitáció és az elektromágnesség egységes szerkezetű elméletévé válna. Nincs kizárva, hogy az egységesítési törekvéseket az új elmélet új mondanivalója – ami várhatóan a klasszikus betéteken túlmegy majd – fog visszaigazolni.

A tőle megszokott módszerességgel vetette bele magát Lánczos ebbe a kutatásba is. Először az elmélet geometriájának megváltoztatása nélkül kísérletet tett arra, hogy az elektromágnességet a Riemann-geometria *természetes tulajdonságaként* értelmezze.[57] Erre az adott neki lehetőséget, hogy észrevette: a gravitációs téregyenletek integrálása – ha azokat egy alkalmas Hamilton-elv segítségével építettük fel – a kanonikus egyenletekben egy szabad négyesvektor felléptéhez vezet, melyet egy mellékfeltétel kirovása – a hosszegységtől való függetlenség (mértékinvariancia) megkövetelése – után egy a Lorentz-feltételnek eleget tevő fizikai vektorpotenciállal azonosíthatunk. Ez aztán elvezet az elektrodinamika törvényeihez, ez jelenti az elektrodinamikának a *természetes helyét* a gravitációelméletben *(Lánczos kifejezése)*.

Lánczos később érdeklődéssel fordult ahhoz a felfogáshoz is, mely Einstein nyomán a gravitáció és az elektrodinamika egységes térelméletét úgy kívánja kiépíteni, hogy a geometrizáció programját követi. Ezt a szemléletet követve sokat azt „a még egy további kölcsönhatást" úgy vélték, és vélik ma is befogadni, hogy a téridő dimenziószámát nyakló nélkül növelik, és a hétköznapi gravitációs történést a hagyományos négydimenziós altérbe utalják. Ezt az eredeti formájában – tehát a klasszikus megnyilvánulásokra szorítkozva – hamarosan divatjamúlttá tette már az a körülmény is, hogy a 20. század végére több, a programhoz túl sok kölcsönhatás és túl sok részecsketípus vált ismertté. Ezek egységesítésére nem elegendő – vagy túl komplikált az eredeti program fegyvertára. Amikor ezt mondjuk, Lánczos – és Einstein – konzervatív józanságára gondolunk, akik sohasem adták magukat át a könnyű általánosításoknak. Ez a mértéktartás akkor értékelhető igazán, ha tudjuk, 1916 és 1950 között több ezerre tehető egységes térelmélet látott napvilágot.

Lánczos több dolgozatban elemezte a „távoli párhuzamosság" („Fernparallelismus") koncepciójával kidolgozott Einstein-féle egységes térelmélet, mint új térelmélet tartalmát és lehetőségeit.[58] A téridő geometriai paramétereinek a szaporítását a négyes dimenziószám megőrzése mellett úgy próbálta megoldani, hogy észrevette, az általános relativitáselméletnek kidolgozható olyan új kanonikus formalizmusa,[59] ami – a görbületek-

[57] C. Lanczos: Elektromagnetismus als natürliche Eigenschaft der Riemannschen Geometrie. = Zeitschrift für Physik. Vol. 73. (1931) p. 174.

[58] C. Lanczos: Die neue Feldtheorie Einstein. = Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften. Vol. 10. (1931) pp. 97–132.

[59] C. Lanczos: Ein neuer Aufbau der Weltgeometrie. = Zeitschrift für Physik. Vol. 96. (1935) pp. 76–106.

nek egy új, kvadratikus kifejezését feltételezve – a Hamilton-függvényben vezet új paraméterekhez. Így jut a mechanikus feszültségtenzor mellett egy elektromágneses feszültségtenzor bevezetésének lehetőségéhez.[60]

Lánczosnak erre a kutatási irányára úgyszólván azonnal felfigyelt Einstein, aki csakhamar meghívta magához, hogy együtt munkálkodjanak a megoldás keresésén (a dokumentum reprodukcióját lásd Marx György cikkében).[61] Közös publikációra azonban nem került sor, de több évtizedre kiterjedő baráti és tudományos levelezés lényegi együttműködésről tanúskodik.

Lánczost sokáig foglalkoztatta a mozgásprobléma után ez a témakör. Az új szituációra vonatkozó Einstein-egyenletek levezetése variációs-elvből, az a mozzanat, ahol az új geometriai szabadsági fokok megteremnek. Ehhez a Riemann–Christoffel-tenzor tulajdonságait vizsgálta,[62] majd a feltételes variációfeladat idevágó formáját.[63] Ezekkel tudta az elektromágnesség szerinte természetes helyét kijelölő klasszikus elmélet legfejlettebb alakját kidolgozni.[64]

Külön érdemes még kitérni Lánczos Kornélnak egy olyan eredményére, mely 1942-ben sajátos egységbe igyekezett foglalni a gravitációt, az elektrodinamikát és a kvantummechanikát is. Ez utóbbit természetesen abban a szerepkörben, amit az az anyaghullámok – a de Broglie-hullámok – vagyis az anyag kettős természetének az elméleteként játszik, vagy játszott annakidején. *'Anyaghullámok és az elektromosság'* című[65] tanulmányában azt a reményét fejezte ki, hogy az elektromosság és az anyag kettős természete „harmonikus természetességgel" foglalható az általános relativitáselmélet keretei közé, ha feltételezzük, hogy az egész rendszer olyan hatásfüggvénnyel írható le, amely a görbületi mennyiségek kvadratikus alakja, és a világ stabilitását statikus helyett dinamikus értelemben kell venni. Ekkor elérhető ugyanis az, hogy az elektromágneses jelenségek az anyaghullámok másodrendű rezonancia-megnyilvánulásai lesznek. Az elméletben az anyaghullámok egy átlagosan nagy görbületű térre

[60] C. Lanczos: Electricity as a Natural Property of Riemannian Geometry. = Physical Review. Vol. 39. (1932) pp. 716–736.; C. Lanczos: Zum Auftreten des Vektorpotentials in der Riemannschen Geometrie. = Zeitschrift für Physik. Vol. 75. (1932) p. 63.

[61] Marx György: Lánczos Kornél (1893–1974). = Fizikai Szemle 43 (1993) pp. 81–87.

[62] C. Lanczos: Lagrangian Multiplier and Riemann Spaces. = Reviews of Modern Physics. Vol. 21. (1942) pp. 497–502.; C. Lanczos: The Splitting of the Riemann Tensor. = Reviews of Modern Physics. Vol. 34. (1962) pp. 379–389.

[63] C. Lanczos: Lagrangian Multiplier and Riemann Spaces. = Reviews of Modern Physics. Vol. 21. (1942) pp. 497–502.

[64] C. Lanczos: Electricity and General Relativity. = Reviews of Modern Physics. Vol. 29. (1957) pp. 337–350.; C. Lanczos: Electricité et relativité générale. = Cahiers de Physique. Vol. 95. (1958) p. 247.

[65] C. Lanczos: Matter Waves and Electricity. = Physical Review. Vol. 61. (1942) pp. 713–720.

szuperponálódó kis hullámhosszúságú gravitációs hullámokként értelmezhetőek. Mintha a téridő „tófelszínén” atomi méretű hullámhosszúságú gravitációs hullámok sokasága fodrozódna és futna összevissza. Az elmélet jelentősége ma már kétséges, a nagy szintézist nem ebben az irányban keressük, mert a világ azóta sokkal komplexebbnek és ezért bonyolultabbnak mutatkozott. Az elmélet szépsége azonban tagadhatatlan, nemcsak egy olyan világot tükröz, amit egy kutató a történelem egy adott pillanatában képes volt harmonikus egységben látni, hanem azért szép különösen, mert az elmélet megalkotójának mintegy negyed évszázadnyi kutatómunkájából minden eredmény szerves helyet kap benne.

*

Lánczos Kornél relativitáselméleti munkásságának területén a legfontosabb eredményeket megpróbáltuk ismertetni. 1942 után is jelentek meg tanulmányai ilyen tárgykörből, azonban mivel részben lezárulni látszott a mozgásprobléma, a klasszikus egységesítő térelméletek aktualitását a kvantumelektrodinamika és a részecskefizika fejlődése kérdésessé tette, csak az általános relativitáselmélet és az elektrodinamika maradt az a terület, melyben Lánczos a relativitáselméleti kutatásait folytatta.[66] Anélkül, hogy ezekben a kutatásokban született eredményeket bármennyire is kicsinyíteni akarnánk, mégis inkább azt emelnénk ki, hogy ebben az irányban Lánczos ezután főleg az einsteini alkotás,[67] az általános relativitás jelentősége és az Einstein által olyan kimagaslóan képviselt – Lánczos által is hitvallásszerűen gyakorolt racionális megismerési igény[68] –, és a geometriai térfogalom fejlődésének bemutatásával felbecsülhetetlen pedagógiai szerepet is betöltött.[69]

[66] C. Lanczos: A remarkable property of the Riemann-Christoffel tensor in four dimensions. = Annals of Mathematics. Vol. 39. (1938) pp. 842–850.; C. Lanczos: Lagrangian Multiplier and Riemann Spaces. = Reviews of Modern Physics. Vol. 21. (1942) pp. 497–502.; C. Lanczos: Electricity and General Relativity. = Reviews of Modern Physics. Vol. 29. (1957) pp. 337–350.; C. Lanczos: Electricité et relativité générale. = Cahiers de Physique. Vol. 95. (1958) p. 247.; C. Lanczos: The Splitting of the Riemann Tensor. = Reviews of Modern Physics. Vol. 34. (1962) pp. 379–389.

[67] C. Lanczos: Albert Einstein and the Theory of Relativity. = Nuovo Cimento. Suppl. Ser. X. Vol. 2. (1955) pp. 1193–1220.

[68] C. Lanczos: Albert Einstein and the Cosmic World Order. New York, 1963. Interscience. 139 p.

[69] C. Lanczos: Space through the Ages. London, 1970. Academic Press Inc. 320 p.; magyarul: Lánczos Kornél: A geometriai térfogalom fejlődése. A geometriai fogalmak fejlődése Püthagorastól Hilbertig és Einsteinig. Bp., 1976. Gondolat. 323 p.

FOLYADÉKOK ÉS GÁZOK VISELKEDÉSE A SÚLYTALANSÁG ÁLLAPOTÁBAN[96]

Az űrkutatás megindulásának kezdetén, amikor először nyílt lehetőség arra, hogy mesterséges égitestek fedélzetén lezajló viszonyokat megfigyeljünk, igen gyakorta hangzottak el és jelentek meg írásban furcsa állítások, vélemények a súlytalanság állapotáról, az állapot szimulációjának lehetőségeiről. E kérdések általános szempontból sem érdektelenek, hiszen a nagyközönség, a laikus világ számára ebben a tekintetben lehetett hangulatos és bizarr újdonságokkal szolgálni. De főként az élő szervezetek, kiváltképp az űrhajósok felkészítése, a hosszú ideig tartó űrutazások komplex biztosítása céljából indultak meg mélyreható elemzések. Ezek nyomában ma már technológiák várnak bevetésre a gyógyszeripar, a mikroelektronikai nyersanyagipar és ki tudná még felsorolni milyen termelési szakágak területén. Hiszen az űrtechnológia – a mesterséges égitestek fedélzetén kivételesen előnyös körülmények anyagmegmunkálás céljaira történő hasznosítása – ma már csak pénzkérdés.

MIT MOND A FIZIKA A SÚLYTALANSÁG ÁLLAPOTÁRÓL?

Kezdjük a legfontosabb kérdéscsoporttal: a súlytalanság állapotának a meghatározásával!

A súlytalanság állapota – ha hinni lehet az elnevezésnek – azt jelenti, hogy valamilyen okból kifolyólag a súly hatását kiváltó tényezők nem érvényesülnek. Pedig legjobb tudomásunk szerint a súly az általános tömegvonzással van szoros kapcsolatban, ezért is hívják ezt a kölcsönhatást gravitációnak. (A gravis latinul nehezet, súlyosat jelent.) Azt is tudni véljük, hogy a gravitáció semmilyen módon nem kapcsolható ki. Ezért kell a kérdést megválaszolandó a mechanika mozgástörvényeihez fordulnunk.

[96] A tanulmány előzménye az Andromeda 1993-as évfolyamában jelent meg (No. 9. pp. 3–9.)

Furcsa helyzetben lévő űrhajósok a Skylab fedélzetén (NASA fotó)

A mechanikában a mozgástörvényekről érdeklődve olyan választ kapunk, mely alapvető megállapításokig visszakanyarodva így kezdődik.

A mechanika – és nyomában a fizika több más fejezete is – a kiszemelt test mozgását inerciarendszerben írja le (különös előszeretettel, bár nem ijed meg attól, ha a feladat mást követel meg). Inerciarendszer az a vonatkoztatási rendszer, amelyben az egyedülálló (magára hagyott), vagyis kölcsönhatásaitól elszigetelt test egyenesvonalú, egyenletes mozgást végez. (Ez Newton első axiómájának kissé kifordított formája, melyre a vonatkoztatási rendszer kiválasztása miatt van szükség. Azért, hogy ebben a vonatkoztatási rendszerben a nem egyenesvonalú, nem egyenletes mozgást majd anyagi kölcsönhatásnak tudhassuk be.) Ha egy inerciarendszerben mégis nem ilyen – tehetetlenséginek nevezett – mozgást tapasztalunk, hanem olyat, amelynél a sebesség nagysága vagy iránya, esetleg mindkettő változik időben, vagyis a mozgás gyorsul, akkor az csak a kiszemelt test és más testek közti kölcsönhatás eredménye lehet. Ez Newton második axiómája szavakban. Gyakorlatilag a mozgástörvény blokk-sémában így írható:

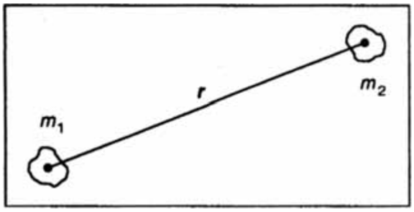
$$\begin{gathered}\text{(egyik test tömege)} \times \text{(egyik test gyorsulása)} = \\ = \text{(az egyik testre a másik test által gyakorolt kölcsönhatási erő)}.\end{gathered}$$

A makroszkopikus világban a test és test közti kölcsönhatásnak számos közvetlen megnyilvánulása van (tolás, húzás, súrlódás), ezek jobbára közvetlen érintkezés során tevődnek át egyik testről a másikra. A mikroszkopikus világ azonban arról tudat, hogy távolbaható erőátvitelek is vannak (ezek első megismert változata a newtoni tömegvonzás az égimechanikában), amelyek viszont csak a gravitációs, az elektromágneses, a (nukleáris) erős és a gyenge kölcsönhatás típusai által valósulhatnak meg.

Maradjunk az általános tömegvonzás eseténél! Ez olyan kölcsönhatás, melynek során minden anyagi test vonzást gyakorol minden más anyagi testre, a szereplő testek „kémiai" összetételétől függetlenül. Ezért lett *általános*. Tömegvonzás pedig azért, mert a kiváltott hatás a szereplők tömegével arányos nagyságú. (Lásd: 1. sz. betétrészt). Az elemi törvényt Newton az égmechanika Kepler-féle törvényeinek értelmezése során vezette be. Kiterjedt testekre az elemi törvényből felépíthető a konkrét esetre vonatkozó megállapítás. Fontos azonban, hogy a mozgástörvény, a tehetetlenséget jellemző tagjában az m_t *tehetetlen tömeget* vezeti be a törvénybe, míg az erőtörvényen keresztül a test kölcsönható képességét jellemző m_g *gravitáló tömeget*. Ugyan mindkettőben bujkál, hogy kétszer-háromszor nagyobb anyagmennyiség kétszer-háromszor nagyobb tehetetlenségű, illetve kétszer-háromszor nagyobb gravitációs hatás kibocsátására vagy elszenvedésére képes, mégis izgalmas kérdés, vajon hogyan függ – ha egyáltalán függ – a két „állandó" a kémiai összetételtől. Mert hogy a test alakjától függhet, az magától értetődő. Gondoljunk csak

I. BETÉTRÉSZ

Az általános tömegvonzás elemi törvénye



Két test között a tömegvonzás következtében vonzerő lép fel, mely a testek m_1 és m_2 graviáló tömegeivel egyenesen arányos, a köztük levő távolság négyzetével fordítva arányos:

$$F = -f\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

ahol f a newtoni gravitációs állandó, értéke:

$$f = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\, N \cdot m^2 kg^{-2}$$

F az erő abszolút értéke (nagysága), az erő maga a testeket összekötő egyenes irányába mutat. Magától értetődik ez az elemi törvény akkor értelmes egyáltalán, ha az m_1, ill. m_2 tömeg a köztük lévő r távolsághoz képest kicsiny méretű, mondjuk d_1, ill. d_2 úgy, hogy:

$$\frac{d_1}{r} << 1 \text{ és } \frac{d_2}{r} << 1.$$

a kavics és a papírlap esetére! Itt nyilván az alak fontosabb kapcsolatot teremt más jelenségcsoportokkal (aerodinamikával pl.), mint a tulajdonképpen vizsgált összefüggés, ezért a kérdéses hatást ügyetlen alakválasztással akár el is fedhetjük.

Ennek a fontos ténykérdésnek a kísérleti eldöntésével már Galilei is foglalkozott. Tegyük fel, hogy a pisai Ferde Toronynál tényleg elvégezte az alábbi kísérletet, amit persze csak a hagyomány hoz kapcsolatba a toronnyal. Le kell ejteni a legfelső emeletről egyszerre egy csomó testet, kavicsot, gombot, üveggyöngyöt, csontot, barackmagot, fadarabot, vasdarabot. Meg kell vizsgálni, hogy földre eséskor egy koppanást hallunk-e vagy puskaropogáshoz hasonló koppanássorozatot. A hagyomány szerint gyakorlatilag egy koppanás észlelhető – hacsak eléggé koncentráltak a tárgyak, nincs köztük vékony lemez. A II. betétrész alapján tudjuk, egy koppanás annyit jelent, hogy az mg/mt arány nem függ az anyag kémiai összetételétől. Közvetlenebb állításként: a g* az anyagi minőségtől független.

A Galilei-kísérlet ma elvégezhető a pisai Ferde Torony nélkül egy toronyháznak mondjuk a tizedik emeletéről is. Könnyű kiszámítani, hogy mennyi idő alatt kell leesniük a tálcára rakott és kiborított különböző anyagból készült testeknek:

$$t = \sqrt{2s/g}.$$

Itt *s* az ejtés során megtett út, *g* a nehézségi gyorsulás. Bizonyára nem tudja az ember olyan egyszerre indítani a testeket, hogy az időmérés során a pontosság kielégítő legyen.

II. BETÉTRÉSZ

A szabadon eső test mozgástörvénye

Newton második axiómája szerint a test m_t tehetetlen tömege és az a gyorsulás szorzata azzal az erővel egyenlő, amely a kölcsönhatás során a mozgásállapot megváltozását okozza:

$$m_t a = F.$$

A tömegvonzásból eredő erő pl. a Föld felszínén:

$$F = m_g g, \text{ahol } g = -f \frac{m_{g_2}}{R^2},$$

R a Föld sugara, m_g a a test, m_{g_2} a Föld gravitáló tömege. Így:

$$m_t a = m_g g$$

a szabadon eső test mozgástörvénye a Föld felszíne környékén. Ebből:

$$g^* = \frac{m_g}{m_t},$$

és a szabadesés útképlete:

$$s = \frac{g^*}{2} t^2$$

vagyis s a t idő alatt, kezdősebesség nélkül megtett út. Kérdés: függ-e az anyag kémiai összetételétől a szabadesés? Függ-e az, hogy ugyanezt az s útdarabot mekkora idő alatt futja be különböző anyagi minőségű test? Erre ad választ Eötvös Loránd megállapítása: Nem függ, tehát minden testre univerzálisan

$$m_g = (\textit{univerzális állandó}) \times m_t,$$

mely állandó úgy univerzális, hogy nem függ mérettől, kémiai összetételtől, földrajzi helytől. Ezért az arányossági tényező az m_g és m_t célszerű mértékrendszerének megválasztásával numerikusan egységnyivé tehető. Ebben áll Eötvös Loránd törvénye a testek súlyos és tehetetlen tömegének kapcsolatáról.

Így volt ez a fizika története folyamán. Mert a témát különböző megközelítésekben, tehát nem mindig ejtési kísérlettel, hanem ingákkal, főleg torziós (csavarási) ingákkal vizsgálták mások is. A mérföldköveket felsoroljuk: Henry Cavendish, Bessel és Hagen, Eötvös Loránd, Renner János és R. H. Dicke. Az eredmény, hogy ha van is eltérés a test m_g súlyos és m_t

tehetetlen tömege között, akkor az az *(m_g–m_t)* különbség mondjuk az m_g-hez viszonyítva, nem lehet nagy, hanem a mérések tanúsága szerint:

$$\frac{|m_g - m_t|}{m_g} \leq \begin{cases} \dfrac{1}{10^9} \; \textit{Eötvösnél}, \\ \dfrac{1}{10^{11}} \; \textit{Dickenél}. \end{cases}$$

Így megállapíthatjuk, hogy egymilliárdodrész hibahatárral *Eötvös tapasztalata* szerint, illetve egyszázmilliárdodrész hibahatárral *Dicke tapasztalata* szerint a testek súlyos és tehetetlen tömege a kémai összetételüktől független. *Tehát minden test ugyanúgy gravitál.* Ezt nevezhetjük Eötvös törvényének, amit ugyan ő így nem mondott ki, de aminek kísérleti bizonyításában óriási szerepet játszott. S most látni fogjuk, hogy Eötvös törvénye milyen szerepet játszik a súlytalanság állapotának létrejöttében. A súly ugyanis a gravitáció megnyilvánulása.

Kezdjük a pontosan gömb alakú, nem forgó, egyenletes tömegeloszlású földmodellel! Ekkor a felszínen lévő m tömegű testre

$$S = mg = fm\frac{M}{R^2}$$

erő hat, ahol *M* a Föld tömege, *R* a Föld sugara. Az *S* iránya a Föld középpontja felé mutat.

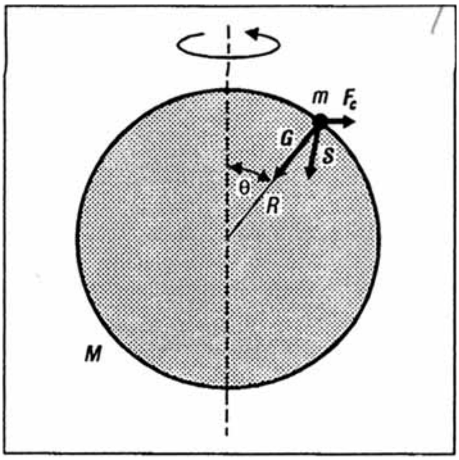
Ha a Föld forog a tengelye körül, akkor az *S* súlyerő a *G* gravitációs vonzás és az F_c röpítőerő eredője:

$$S = G + F_c$$

$$F = m_t(R\cos\theta)\omega^2.$$

Az *S* már nem mutat többé a középpontba, mert az F_c a forgástengelyre merőleges. De *G* a súlyos, *F* a tehetetlen tömeggel arányos.

Ám Eötvös törvénye miatt minden testre az összegezés ugyanolyan arányú vektorokból hajtandó végre, *ezért a súly a forgó Földön sem lesz függvénye a kémiai összetételnek*.



A SÚLY KIKÜSZÖBÖLÉSÉRE SZOLGÁLÓ CSELES ELJÁRÁSOK

A súly és mozgás kapcsolatának felderítésére felsorolunk néhány kísérletet, melyek némi gondossággal elvégezhetők otthon is. Tanulságaik azonban rendkívül mélyek.

1. Helyezzünk egy asztalra egy téglát, rá selyempapírt, majd újból egy téglát. Ezután állapítsuk meg próba útján, hogy a selyempapír nem húzható ki a téglák közül a papír sérülése nélkül. De ha a téglaépítményt kézbe vesszük, a papírt a társunk megfogja, mi pedig az építményt elejtjük, nos, a papír akkor könnyedén kihúzható a téglák közül!

   Tanulság: a felső tégla az alsóra támaszkodik a tömegvonzás miatt, az alsó ennek ellenáll az asztal miatt – a papír beszorul. Szabadeséskor mindkét tégla azonos módon esik szabadon, egymást nem nyomják, a papír nem szorul be. A szabadon eső test nem nyomja súlyával a szabadon eső támaszát.

2. A második kísérletben egy szekrény szélén állítsunk fel az ábra szerint egy mérleget. Az egyik karjára akasszunk fel egy cérnaorsót, rajta sok cérnával, de előbb a cérna egyik végét rögzítsük a mérleg karjához. Az orsót egy másik fonallal, *melynek tömege vitán felül kisebb az orsó és a cérna tömegénél*, rögzítsük a mérleg karjához és egyenlítsük ki a mérleget a másik oldalon lévő serpenyőbe helyezett súlyokkal! Égessük el az orsót felfüggesztő fonalat és figyeljük meg, mi történik!

   A felszabadult orsó esne lefelé, de ebben a rátekert cérna – aminek vége a mérleg karjához van kötve –megakadályozza.

   Így az orsó csak pörgés útján szabadíthat fel cérnát az eséshez. Az orsó tehát gyorsuló mozgást végez ugyan, de nem szabadesést. A tapasztalat szerint az egyensúly felborul, az eső orsó könnyebbnek bizonyul.

3. Vermes Miklós tanár úr látványos kísérlete mutatja a gyorsuló mozgás és a nehézségi erő kapcsolatát. Készítsünk elő csíráztatásra két tányérban magokat (borsó, búza, stb.). Az egyiket hagyjuk az asztalon, a másikat pedig helyezzük állandóan működő lemezjátszó tányérjára (de ne a sötétben!) Figyeljük meg nap mint nap, lesz-e különbség a két telepítmény között.

   Aki elvégzi a kísérletet, látni fogja, hogy míg az asztalon álló magvak szabályosan felfelé (függőlegesen) hajtanak, addig a forgó tányéron ferdén, annál meredekebben a centrum felé hajolva hajtanak, minél távolabb vannak a forgás középpontjától.

   Tanulság: A felfelé-lefelé irányt a g nehézségi gyorsulás tűzi ki. Ezt meg lehet zavarni – hála Eötvös törvényének – egy kis forgással, mert ezáltal a tömegvonzáshoz egy kis röpítőerő is hozzákeveredik. Ettől a „mesterséges gravitációtól” érzik a csírahajtások, hogy máshol van a lefelé.

*

A felsorolt kísérletek fő tanulságát összegezve megállapíthatjuk, hogy olyan vonatkoztatási rendszerekben, amelyek nem inerciarendszerek, fellépnek ún. *tehetetlenségi erők*, melyeknél a kölcsönható partner nem látható közvetlenül.

Álló lemezjátszó tányérja, vízszintezve, lehet inerciarendszer. A rá elhelyezett pingponglabda állva marad – megőrzi egyenesvonalú egyenletes mozgásának állapotát (nulla sebességgel). De ha a forgó lemeztányérra – ismét vízszintezés után – tesszük a labdát, az nem fog egyenletes egyenesvonalú mozgást végezni (tessék ellenőrizni), hanem görbevonalút. A súrlódás miatt elindul – ez nem olyan nagy baj – de később mindig a forgástengelyre és a pillanatnyi sebességre egyaránt merőleges irányba térül el (Coriolis-erő).

Súlytalanság állapota tehát így képzelhető el: úgy kell mozogni gyorsulva, hogy az ezáltal ébredő tehetetlenségi erők a gravitációs kölcsönhatásból származó erőt közömbösítsék.

A súlytalanság tehát *nem statika, hanem dinamika*. Nem amolyan Verne Gyula-féle egyetlen pont a Föld és a Hold között, ahol a Föld által egy testre kifejtett tömegvonzás ugyanakkora, csak éppen ellenkező irányú, mint a Hold által kifejtett tömegvonzás. Súlytalanság tehát elérhető itt a Földön is. Csak éppen... jól kell mozogni hozzá.

Például: szabadon kell esni. Ha ez rövid ideig tart, alig vesszük észre. De tapasztalhatjuk, amikor a legfelső emeletről hirtelen elindul a lift. A lift később egyenletesen (gyorsulásmentesen) mozog, csak induláskor lépnek fel a súly hatását csökkentő tehetetlenségi erők. (Ezért érezzük, hogy belső szerveink, mintha súlyukat vesztették volna, felfelé igyekeznek. Hasonló, csak éppen ellenkező hatást vált ki, ha a lift hirtelen megáll.)

A klasszikus, az *igazi* súlytalanság persze a Föld köré telepített űreszköz fedélzetén mutatkozik meg. Hiszen az űreszköz pályamenti sebességét; (gyorsuló) vonatkoztatási rendszerében úgy határozzuk meg, hogy a Földnek az űreszközre gyakorolt vonzási erejét egy gyorsuló mozgás, az egyenletes keringés során ébredő *röpítő erő* (centrifugális erő) egyenlítse ki. Egy állítás: ekkor az űreszköz körpályán kering a Föld körül. Másik állítás: az így keringő űreszköz fedélzetén nem hat erő (az első állítás miatt).

Az magától értetődő, hogy ez a gondolatmenet a gravitáció és a tehetetlenségi erők egymást kiegyenlítő szerepéről csak *véges méretű* – és ennél fogva véges időtartamú – térbeli (és időbeli) *tartományra teljesül*. Erről meggyőz azonnal az a feladat, amelyben egy hosszú kabin merőlegesen áll a középpontját a Föld középpontjával összekötő egyenes irányára. A kabin mozoghat úgy, hogy a középpontjában teljesüljön a kiegyenlítődés. De ha elég hosszú a kabin, a két végén a gravitációs erőknek lesz a kabin hossztengelye irányába mutató összetevője is, amit a kabin mozgásával már nem lehet kiküszöbölni.

JELENSÉGEK A SÚLYTALANSÁG ÁLLAPOTÁBAN

Tegyük fel, hogy beállt a súlytalanság állapota abban a kabinban, ahol most a kísérleteinket végezzük. (Nem árt tudni, de nem okvetlenül kell meggyőződni róla, hogy a kabin úgy mozog, hogy a tehetetlenségi erők a gravitációs hatást közömbösítsék.)

1. Nincsen nehézségi gyorsulás, azaz van ugyan, csak nagysága éppen nullával egyenlő a röpítő erő miatt. *Nincsen* tehát *olyan fizikai hatás, ami kitűzné a „lefelé” irányát!* Nincsen szabad esés, mert a *g* nulla, ezért az elejtett tárgyak esése nem tűzi ki a lefelé irányt. (Az űrhajós bármely testhelyzetben egyformán jól – vagy rosszul – érzi magát).
2. Ennek szigorú következménye, hogy nincsen úszás. Hiszen Arkhimédész törvénye szerint az úszó testre akkora felhajtóerő hat, amekkora a kiszorított folyadék *súlya*. A súly a *g*-vel arányos, a *g* nulla, *nincs súlya* a kiszorított folyadéknak.
3. Az edényben lévő víznek, folyadéknak megváltozik a szabad felszíne. Ez a normális földfelszíni állapotban a ható erők eredőjére merőleges. Nyugvó folyadéknál ezt tekintjük *vízszintes*-nek. Súlytalanság állapotában nincs mire merőlegesen beállni. A *g* eltűnik és udvariasan átadja helyét az edény és a folyadék közötti kapilláris erőknek (lásd alább).
4. Ebből kifolyólag nem lehet fedetlen tartályban folyadékot tárolni, nem lehet egyszerűen kancsóból pohárba önteni.

   Az űrhajósok itatása csak nyomásra spriccelő edényből, „cuclis-üvegből” lehetséges.
5. Nincsen *g,* megszűnik az anyagok fajsúly szerinti rétegződése. Például testünk által felmelegített levegő nem áramlik fel (merre van a fel?) magától. Az űrhajós külső ventiláció nélkül megfőne saját párájában.
6. Nincsen *g*, megszűnik a fajsúly szerinti ülepedés. A por nem hullik lefelé (merre is van a lefelé?).
7. Nincsen *g*, ezért a súlyok összehasonlító mérése (súlynak súllyal való kiegyenlítése) a súlytalanság állapotában nem lehetséges. Az űrhajósok számára más elvű mérési eljárást kell kidolgozni!

A felsorolt hatások – ha úgy vesszük – nemcsak humorosak, hanem a fedélzeti életben kényelmetlen (olykor veszélyes) helyzeteket okozhatnak, vagy pedig kivételes technikai lehetőségeket rejtenek magukban. Vegyünk sorra ezek közül néhányat!

*

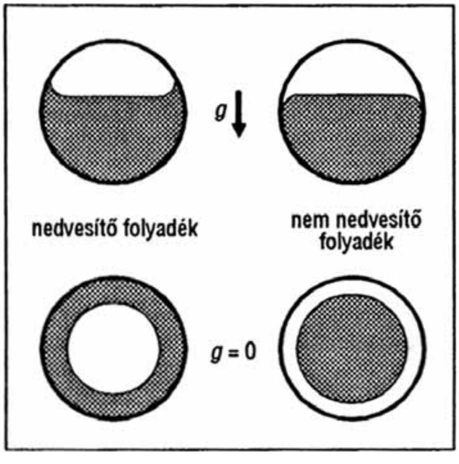
A súlytalanság állapotában nincsen úszás, nincsen hőkonvekció.

Más kölcsönhatások segítsége nélkül nincs úszás, nincs fajsúly szerinti rendeződés. De akkor nincs porkihullás sem. Képzeljük el az űrhajóst, amint villanyborotvával borotválkozik, amint tüsszent! Amint a kísérlet kedvéért gyertyával világít.

A gyertya lángja ugyanis azért olyan alakú, amilyen, mert a lángban hőtermelő kémiai reakció zajlik le, ezt kíséri a fény, ettől melegszik fel a láng környezete, ettől emelkedik fel ($g \neq 0$) a meleg levegő, viszi el az égésterméket és adja át a helyét az oxigéndús új levegőnek. A felfelé áramlás pedig kialakítja a láng alakját. *Súlytalanságban* – és mellesleg szélcsendben – a gyertya lángja csak addig kap oxigéndús levegőt, amíg a diffúzió erről gondoskodni tud. Ha nincs hőkonvekció, a meleg levegő nem áramlik fel ($g=0$), a láng lényegében gömb alakú marad (amíg ég). A láng oxigénellátása veszedelmesen lecsökken, a láng kialszik.

FOLYADÉK ÉS TARTÁLY VISZONYA A SÚLYTALANSÁG ÁLLAPOTÁBAN

A súlytalanság állapotában főszereplővé válik a folyadék és a tartály kapcsolata. A folyadék részecskéi közti vonzódás a *kohézió*, a folyadék és a tartály részecskéi között az *adhézió* játszik szerepet. Normális állapotban a nyugvó szabad felszín a kohézió-adhézió diktálta viszonyok közé csak vékony csövekben, kapillárisokban (hajszálcsövekben) kerül, egyébként a nyugvó folyadék szabad felszíne a g-re merőleges, legfeljebb a tartály falához érve felkúszik – ha a falat nedvesíti, az adhézió nagyobb mint a kohézió – vagy legörbül – ha a falat nem nedvesíti, az adhézió kisebb mint a kohézió. Nagykeresztmetszetű tartály esetén már nem is vesszük észre az ilyesmit.



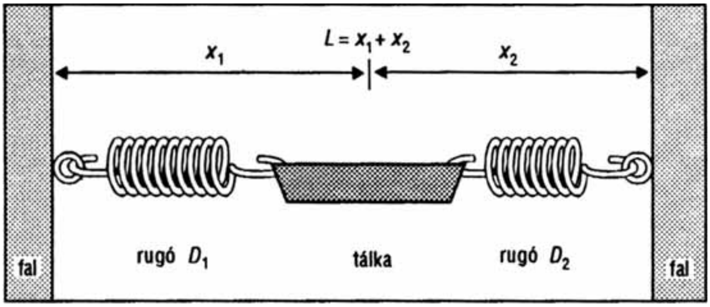
Azt várjuk, hogy egy zárt edénybe helyezett folyadék viselkedése – ha még marad egy kis szabad térfogat – a mellékelt ábrán látható két szélsőséges esetet valósítja meg a Földön, nyugalomban. Súlytalansági állapotban, pl. szabadesés közben, a helyzet megváltozik.

Akár hátborzongató is lehet, ha a súlytalanság állapotában a kiömlési törvények nem működnek (ha a g-meghajtás helyett valami más, szivattyú, szív (!) nem játszana fontos szerepet).

*

Példa mérlegre, mely a súlytalanság állapotában is működik (csak néhány extra felszerelés kell hozzá).

Képzeljük el, hogy az indítás narkózisából felébredő űrhajós megszomjazik. Az írásos cselekvési programban azt olvassa, hogy ilyenkor 100 g kakaót fogyaszthat. De körültekintve látja, hogy ezt nem készítették, nem mérték ki neki. (Ez egyébként kizárt dolog!) S amilyen pech, az előírásokból az összefűzéskor kimaradt a mérési utasítást tartalmazó lap is. (Bizonyára Swift Gulliverjének híres Laputabeli űrhajósközpontja tervezte a kísérletet.) Az űrhajós minden reménye a szerszámosláda.



Talál is benne két rugót, ismeretlen D_1 és D_2 rugóállandóval, egy tálkát kampókkal a rugók illesztéséhez, és egy stopperórát meg egy könyvecskét, melyre rá van írva a kolofonnál: „Ez a kötet 100 g tömegű".

A jól képzett űrhajós rögvest cselekedni kezd. A tálkára illeszti a rugók egyik végét, a másikat a falra (éppen talál két kampót, éppen feszes az elrendezés). A rezgő rendszert mozgásba hozza, megméri terheletlen állapotban a rezgésidőt (T_1). Teherként ráerősíti a kis könyvecskét, és megméri így is a rezgésidőt (T_2). (Erre a rugóállandók ismeretlen volta miatt van szüksége.)

Majd a könyvecske helyére illeszti a könnyű zárható zacskót, és próbálgatással addig spriccel bele (belőle) kakaót, míg ezzel a teherrel is T_2 lesz a rendszer rezgésideje. Ekkor – a III. betétrész levezetésében bízva – jóízűen elfogyasztja innivalójának kimért porcióját.

III. BETÉTRÉSZ

Mérés rugós mérleggel a súlytalanság állapotában

A rugókkal a mozgásegyenlet:

$$ma_1 = -D_1x_1 + D_2x_2$$
$$ma_2 = -D_2x_2 + D_1x_1.$$

Az egyes rugó végének a gyorsulása a_1, ami a kettes rugó végének az a_2 gyorsulásával kifejezve: $a_1 = -a_2$. A két egyenletet egymásból kivonva:

$$m(a_1 - a_2) = -2(D_1x_1 - D_2x_2)$$

az átrendezés miatt

$$ma_1 + (D_1 + D_2)x_1 = D_2L,$$

ami olyan rezgési egyenlet, amelyben

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{D_1 + D_2}{m}.$$

Ha T_1 terheletlen m_1 tömegű, T_2 a terhelt ($m_2 = m_1 + 100$g) tömegű rezgőrendszer rezgésideje:

$$\frac{m_1 + 100}{m_1} = \frac{T_2^2}{T_1^2}.$$

ÁLTALÁNOS TANULSÁGOK

A) A súlytalanság állapota *dinamikai állapot*, a súlyos és a tehetetlen tömeg közti Eötvös-féle univerzális kapcsolaton múlik. Ezért nem érezzük itt a Földön a Nap vonzóerejét, mert az a Földre is ugyanúgy hat. (Mi a Napra vonatkozóan a súlytalanság állapotában vagyunk!)

B) A súlytalanság állapotára az űrhajósok szervezetét fel kell készíteni. Nem számíthatunk ugyanis arra, hogy mindenki azonnal képes e viszonyokhoz alkalmazkodni. Az edzést azonban természetesen legtökéletesebben a súlytalansági állapot előállításával lehet végezni. (Persze, tréning során rövid időkre.) Ennek nem az az alkalmas módja, hogy az űrhajóst egyre magasabb ejtőtoronyból lökjük ki. *Kíméletesebb* olyan repülőgép fedélzetén utaztatni a jelölteket, amelyik ideig-óráig Kepler-pályán mozog (nem csak helyileg, hanem dinamikailag is).

C) Súlytalanság szimulációja sós vízben, úsztatással? – Nos ez nem a súlytalanság szimulációja. Úsztatáshoz $g \neq 0$ kell, akkor ez lebegés, hála a kiszorított sós víz súlyának. Viszont támasz nélküli lebegés gyakorlására bizonyára nem rossz.

D) Ejtőtornyos kísérletekkel $t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$ ideig lehet súlytalanság állapotát előállítani. Itt s az ejtőtorony magassága. Ez 100 m magas toronynál is alig négy-öt másodperc, amiből az indulás utáni és érkezés előtti (fékezési) idők mint szükséges, de nem kívánatos tranziens folyamatok, jócskán elvesznek. Ráadásul az ilyen – Bazilika-magasságú – torony rezeg, az esés a g-t lecsökkenti, de átveszi a torony parazita rezgéseinek gyorsulását. Ma már ezért az ejtőtornyok lassan kimennek a divatból.

E) A $g=0$ esetén megszűnő úszás és hőkonvekció ideális körülmény nagy méretű kristályok növesztésére (egyenletesebb hőkezelés biztosítható), ami iránt a híradástechnika érdeklődik. De az egyébként egymásban nem oldódó, egymással nem keveredő anyagok ötvözetei, hegesztési varratai is „könnyen” előállíthatók a súlytalanságban. Eziránt a gyógyszergyártás érdeklődött.

F) Az élő szervezetek reakcióinak tanulmányozása is igen fontos. Az életfontosságú nedvek áramlása a testben – biztos, ami biztos – tapasztalati úton vizsgálandó. De érzékszerveink is valamilyen módon csatoltak ahhoz a körülményhez, hogy végül is „felálltunk hátsó lábunkra”. Egyensúlyi szervünk kétségkívül g-érzékeny. Testünk mozgatása során a súlyerővel szemben végzünk munkát, ez jelent olyan kapcsolatot is, ami a bőrfelületre nehezedő nyomás, az izmok munkavégzése és az anyagcsere-folyamatok útján egészen a csontszerkezetig hatol (pl. befolyásolódik a szervezet mészháztartása).[97]

G) Az élővilág velünk együtt a $g \neq 0$ körülményei között, a „súlyos” világban fejlődött ki. Nemcsak önmagukban lehetnek érdekesek olyan vizsgálatok, amelyek azt tanulmányozzák, hogy mi a szerepe a g-nek pl. a pókok életében. Egy diáklány ötlete nyomán a Skylab legénysége megvizsgálta, hogyan reagál Arabella, a pók, a súlytalanság állapotára. Eltekintve attól, hogy könnyebb a póknak $g \neq 0$ esetén hálót fonni, némi átállási időszak után Arabella zavartalanul „működött” $g=0$ mellett is.

[97] Az utóbbi megjegyzés miatt van szükség arra, hogy hosszabb műholdas űrmissziók során az űrhajósok izomzata speciális tornákkal pótolja a földön járás gondtalan edzési „munkáját”. De szó lehet arról is, hogy más űrprogram esetén speciális „rugós ruhák” fejtsék ki azt a tornáztatást, amit a tartós súlytalanság miatt egyébként elvesztenének.

ISMERKEDJÜNK MEG A FÖLD LÉGKÖRÉVEL![98]

Az alábbiakban megpróbálunk áttekintést nyújtani a földi légkör egyes alapvető fizikai és dinamikai tulajdonságairól. Tisztában vagyunk azzal – és a T. Olvasó figyelmét külön felhívjuk arra –, hogy ez az áttekintésünk csak *bevezető*, szükségképpen *közelítő* jellegű. Írásunk terjedelmi korlátai ellenére azt hisszük, némi haszonnal fog járni, ha figyelmesen elolvassák – ez vezetett a cikk megírására. Miközben ezt tettük, nem tudtunk ellenállni, hogy ne leskelődjünk más égitestek légkörének sajátságaira is.

Célunk, hogy a szerzett ismereteink alapján jobban értsük a légkör folyamatait – általában is, és konkrétan a Földön is. Nem utolsó sorban célunk, hogy a megértést követően tisztában lássuk a földi légkör antropogén vonatkozásait, talán *ártalmait* is. S akkor legalább tanácsokat fogalmazhatunk meg vagy tán megérthetünk ilyeneket. Persze, semmiféleképpen nem törekedhetünk a teljességre. Mint meglátjuk, a légköri folyamatok olyan bonyolultak, hogy megértésük egyetlen kiszemelt szakma eszközeivel sem érhető el *kizárólagosan.* S akkor pedig tanulságként a békés együttműködés alázatos szolgálójának taktikájára leszünk szorítva a szakmák körében, ha azt kívánjuk, hogy az ember megérthesse a folyamatokat és ezáltal eldönthesse, hogy a maga és kollektív, azaz: összemberi üdve érdekében mit hogyan kell tennie.

E nemes célok érdekében fogunk munkához és intünk minden Tisztelt Olvasót arra, hogy a jelenségek valójában sokkal bonyolultabbak, mint ahogyan az az alábbiakból kitűnik.

A FÖLDI LÉGKÖR MECHANIKÁJA

A földi légkör magától értetődően a Föld nevű égitestet burkoló légnemű halmazállapotú anyag. Mechanikai szempontból kérdezhetjük:

[98] Abonyi Iván: Ismerkedjünk meg a Föld légkörével! Kézirat. Egy Egerben tartott előadás alapján, mely az Eötvös Loránd Fizikai Társulat ülésén hangzott el.

1. A gáz milyen részecskékből áll?
2. A gázréteg milyen magasságig tart, hol van a „légkör" felső határa"?
3. Statikus, stacionárius vagy éppen dinamikusan változó-e a légkör? Milyen természetű erők tartják a Földhöz kötve?

A légkör kémiai összetétele, nem igazán fizikai kérdés – erről később beszélünk.

Az első kérdésre adandó válaszban érdemes az első közelítésnél maradni. Feltesszük – bár tudjuk, hogy ez túlzás –, hogy a légkör egyetlen komponensből álló gáz (már ami a mechanikai-dinamikai kérdéskört illeti).

Hogy a légkör atomos (vagy molekuláris), szóval diszkrét tömegpontok „végtelen" serege – és nem egy folytonos közeg –, az a XIX. század végén vált ismertté, amikor Ludwig Boltzmann és Lord Rayleigh nyomán kiderült, az égbolt kék színe a légkör *atomjain-molekuláin* szóródó napfény eredménye, az atomok jobban szórják a kék színt mint a vöröset, mert a kék fény hullámhossza közelebb esik az atomok méretéhez, mint a vörösé.

Akkor tehát vegyünk egy átlagos atomot, mely azért átlagos, hogy a konkrét levegőkeverék atomjainak-molekuláinak átlagos megjelenítője legyen.

A második kérdésre adandó válaszhoz abból indulunk ki, hogy egy gázréteg *legalábbis* stacionárius egyensúlyi eloszlásáról van szó, ami a Föld nehézségi erőterében alakul ki. Ennek az egyensúlynak a feltétele a hidrosztatika alaptörvénye:

$$\frac{(\textit{a nyomásváltozás})}{(\textit{sűrűség})} = (\textit{nehézségi erő}),$$

ahol is mindkét oldalon a *tömegegységre* ható erő szerepel. Megmutatjuk, hogy ebből megadható a sűrűség, ill. a nyomás eloszlása a magasság szerint, hacsak a gáz termikus viselkedésére még egy állapotegyenletet is megadunk. Állapotegyenletként a legolcsóbbal kísérletezzünk, abban az értelemben a legolcsóbbal, hogy ne kelljen még további törvényt is mozgósítani. Ez elérhető akkor, ha a gáz a Boyle–Mariotte-törvénynek tesz eleget, vagyis állapotváltozását *izotermikusnak* tételezzük fel, vagyis az egész gáztömeg azonos hőmérsékletű.

Igazából persze ez nem (mindig) helytálló. Akinek nem tetszik, járjon utána, mi is lesz akkor, ha a gáz az ideális gáztörvénynek tesz eleget, vagyis a p nyomás és a ρ sűrűség a T abszolút hőmérséklettel, a κ Boltzmann állandóval és a részecske m tömegével kifejezve a

$$\frac{p}{\rho} = -\frac{1}{m}kT.$$

Ezáltal kereshetünk a T meghatározására a termikus viselkedést leíró törvényt is. Vigaszként utalunk arra, hogy igazságbajnokoknak úgy sincs megállásuk, mert az ideális gáztörvény az *ideális,* tehát nem a valódi, *reális* gázokra vonatkozik. De mindezeket a problémákat most hagyjuk el egyelőre, tartogassuk a T. Olvasó önálló búvárkodása számára.

Tehát izoterm gázfolyamatokra a mechanikai egyensúly törvénye:

$$\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr} = \frac{\gamma Mm}{r^2}$$

és az állapotegyenlet:

$$p = \left(\frac{kT}{m}\right)\rho,$$

ahol γ a gravitációs állandó, M a Föld tömege, m az átlagos molekula tömege, r a kiszemelt gáztérfogat távolsága a Föld középpontjától, ρ a gáz sűrűsége, ρ a nyomása, k a Boltzmann-állandó, T a most állandónak feltételezett abszolút hőmérséklet. A két egyenletből

$$\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dr} = \frac{\gamma Mm}{kT}\frac{1}{r^2} \tag{1}$$

adódik, ami alkalmas a $\rho = \rho(r)$ függvény meghatározására. Az (1) egy differenciálegyenlet. A megoldás kényelmes útját ajánljuk: tessék behelyettesítéssel igazolni, hogy (1) megoldható (kielégíthető) a

$$\rho = \rho_o \exp\left\{\frac{\gamma Mm}{kT}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_o}\right)\right\} \tag{2}$$

függvénnyel, amiben ρ_o és r_o állandó paraméterek. Legyen r_o a Föld (mint gömb) sugara, és

$$r = r_o + h,$$

ahol h a földfelszíntől mért magasság. Akkor (2)-ben a kitevő:

$$\frac{\gamma Mm}{kT}\frac{1}{r_o}\left(\frac{r_o}{r_o + h} - 1\right).$$

Itt a zárójelben

$$\frac{r_o}{r_o + h} = \frac{1}{1 + \frac{h}{r_o}} \cong 1 - \frac{h}{r_o},$$

ha $h << r_o$. Ezáltal a kitevő átírható:

$$\frac{\gamma Mm}{kTr_o}\left(1-\frac{h}{r_o}-1\right)=\frac{\gamma Mm}{kTr_o}h.$$

Emlékezve arra, hogy

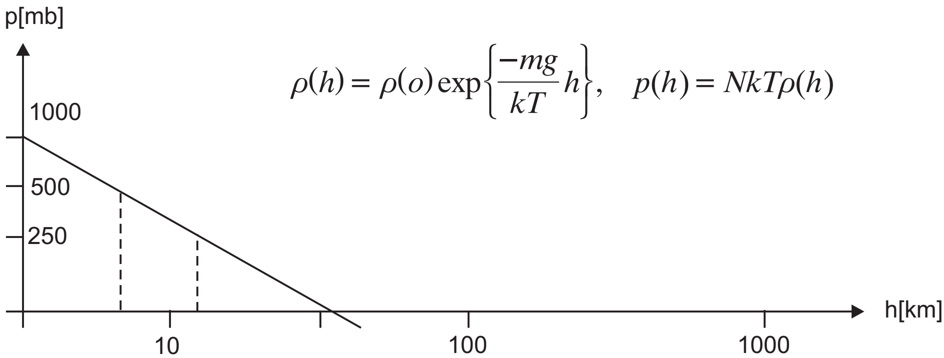
$$\rho(h)=\rho(o)\exp\left\{\frac{-gm}{\kappa T}h\right\} \quad \text{és} \quad \frac{\gamma \mathrm{M}}{\mathrm{r}_\mathrm{o}^2}=g, \tag{3}$$

kapjuk, hogy a felszín közelében *(h << r_o)* a sűrűségeloszlás

$$\rho(h)=\rho(o)\exp\left\{\frac{-mg}{kT}h\right\}, \tag{4}$$

ahol $\rho(o)$ a sűrűség a Föld felszínén.

A (3) eloszlást ábrázoljuk (I. ábra)



I. ábra. A földi légkör nyomása mint a tengerszintfeletti magasság függvénye (izoterm modell)

Minthogy az I. ábra vízszintes tengelyén a skála logaritmikus, a (4) exponenciális függvény ebben az ábrában egyenesnek mutatkozik.

Válaszolhatunk a második kérdésre: a légkör a földfelszíntől távolodva egyre ritkább lesz, nyomása (a barométerállás) egyre csökken, de a nulla nyomást csak a végtelen távolságban éri el. A görbét a légnyomás alakulása miatt *barometrikus magasságképlet*nek nevezik.

Minthogy a légkörnek eme modell szerint nincs elvi felső határa, célszerű egy praktikus jellemzőt kitalálni ennek a számára. Legyen ez az exponenciális eloszlásoknál megszokott módon az a H távolság, amelyen a sűrűség, a

$$\rho(H)=\rho(o)e^{-1},$$

vagyis az e-edreszére csökken. Ez a H éppen

$$H = \frac{kT}{mg} \tag{5}$$

a földfelszín közelében alkalmazott közelítésnél. (A közelítés nélküli eredmény, ahol nem a h, hanem az r szerepel, szintén levezethető). Ez a H az ún. *skálamagasság.* Attól függően, hogy ki, mikor, milyen szempontból, hogyan modellezi a légkör összetételét és mit ad meg átlagos *m* molekulatömegnek – mert ez ugye látszik, hogy mennyire ügyetlen fogalom! – más és más skálamagasság adódik. Első közelítésben

$$H = 8 \text{ km}$$

nagyságúnak tekinthetjük.

A barometrikus eloszlás alapján már kiszámítható, hogy a légkör 76%-a kb. 10–11 km magasság alatt, a 99%-a 13–14 km magasság alatt van.

Jegyezzük meg, hogy a földi légkör össztömege:

$$\mathrm{M}_{\text{légkör}} \sim 5 \cdot 10^{15} \text{ tonna,}$$

vagyis ötezer billió tonnára becsülik. (A $6 \cdot 10^{21}$ t földtömegnek ez kb. a milliomod része!)

Még egy adat: praktikus okokból éppen mondhatjuk azt is, hogy a légkörünk biztosan (!) benne van az

$$\gamma = R_F + \frac{1}{6} R_F$$

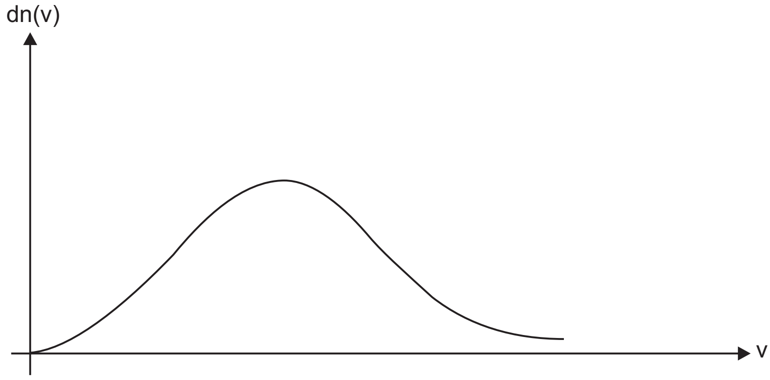
sugarú gömbben, ahol

$$\frac{1}{6} R_F \sim 1000 \text{ km.}$$

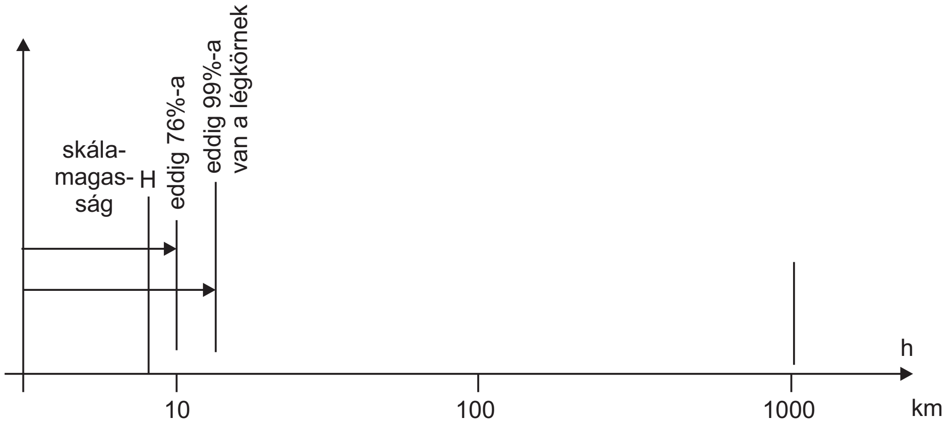
Térjünk vissza ahhoz, hogy mi tartja a légkört a Földhöz kötve. A gravitáció, de *állandó versengésben a gáz termikus mozgásával.* A termikus mozgást egy adott hőmérsékleten a Maxwell-eloszlás jellemzi. Eszerint azoknak a részecskéknek a *dn* száma, amelyek sebességének abszolút értéke *v* és v + *dv* közé esik (iránya pedig tetszőleges):

$$dn(v) = av^2 \exp\left\{\frac{mv}{2kT}\right\} dv, \tag{6}$$

(ahol *a* egy állandó) amelynek megfelelő görbét a II. ábrán mutatjuk be.



II. ábra. A Maxwell-féle sebességeloszlás egy adott hőmérsékleten



III. ábra. A földi légkör egyes magasságadatai

A dinamika jellemzésére innen egy fontos konklúzió adódik. A (6) szerint mégoly alacsony hőmérsékleten is *van* egy csomó olyan részecske, melyre az ütközések során nagy mozgási energia és így nagy sebesség jut. Ezért az ilyen részecskék közül néhányan, alkalmas sebességirány esetén el is tudnak szökni a Földről, hacsak a sebességük nagyobb mint a Földről (adott magasságban) számított szökési sebesség. Ezt, mint ismeretes a mechanikából, a

$$v_{sz} = \sqrt{\frac{2\gamma M_F}{r}}$$

képlettel számíthatjuk. Tehát a *légkör szökik*. S hogy mégis van a Földnek légköre, az azon múlik, hogy

1) elég nagy a Föld tömege,
2) elég kicsi a Föld sugara,

3) elég alacsony a skálamagasság,

4) elég alacsony a légkör hőmérséklete, tehát kicsi az eloszlás „farka”, kevés részecskének jut a szökési sebességnél nagyobb sebesség.

Nem így van pl. a Holdnál, ezért is nincs légköre a Holdnak.

A FÖLDI LÉGKÖR SZERKEZETE ÉS KÉMIAI, ILL. TERMIKUS JELLEMZÉSE

A IV. ábrán foglaljuk össze a használatos elnevezéseket és a kategóriahatárokat is onnan olvastatjuk le. A határok nem matematikai pontosságúak, mert a kategóriák elnevezéséhez valamilyen fizikai-kémiai jelenség megjelölése tapad.

Beszélünk ily módon:

troposzféráról, ez az a gömbréteg, amelyben a *nyomás*viszonyok a földfelszínihez képest (emberközpontúan) fontosak;

sztratoszféráról, mert eben már különböző *rétegek* kezdenek fontos szerepet játszani;

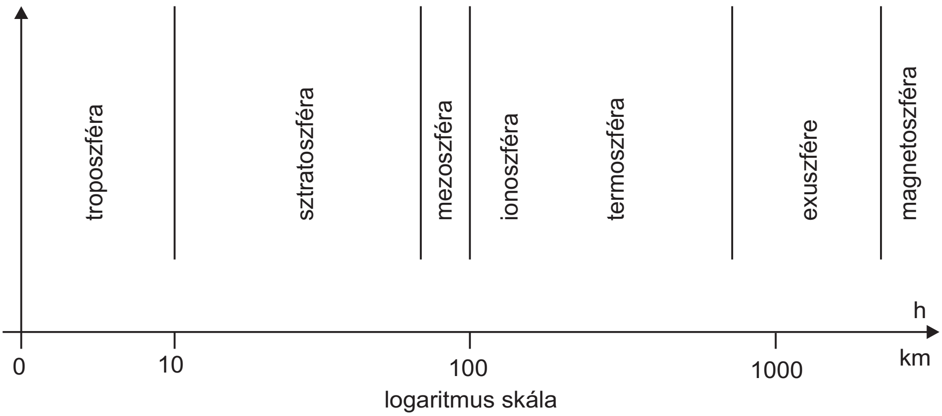
mezoszféráról, mert ez két érdekes másik réteg *közötti* tartomány;

termoszféráról, mert ebben furcsa extra *hő*jelenségek váltak észrevehetővé;

exoszféráról, mert ez egyelőre a *legkülső* rétegnek tűnt egészen addig, míg a

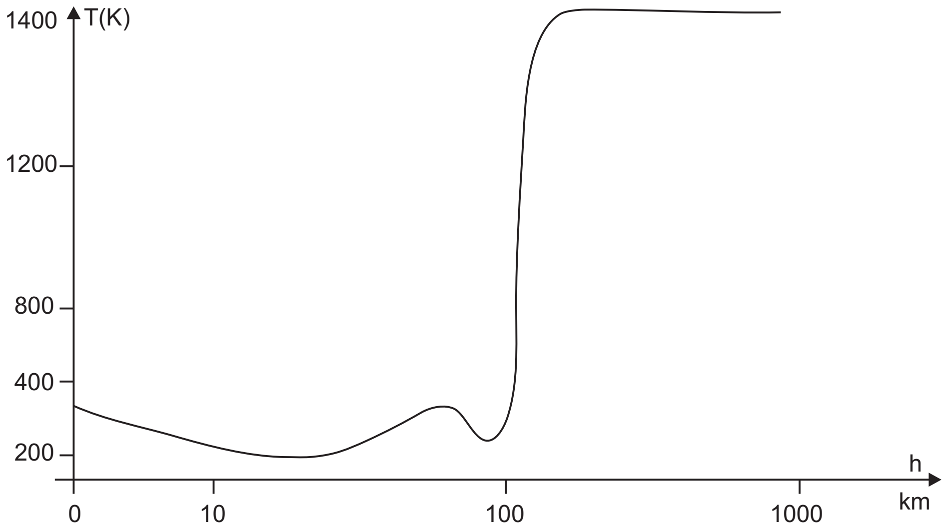
magnetoszféra ezt a helyet és szerepet meg nem örökölte. Itt olyan ritka már a légkör, hogy a földi *mágneses erőtér* a kozmikus hatásoktól ionizált részekre lényeges hatásokat tud gyakorolni.

Olvassuk le tehát a viszonyokat a IV. ábráról!



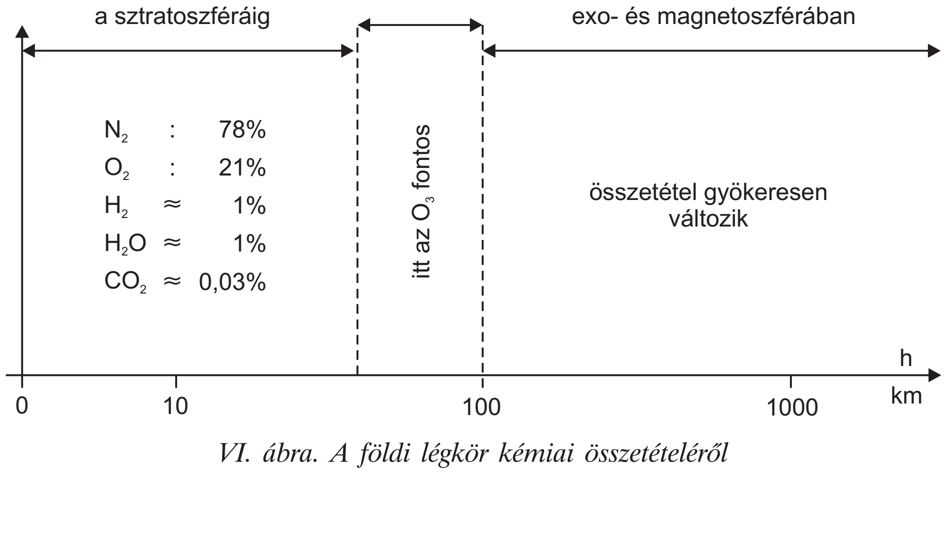
IV. ábra. A légköri rétegek elnevezése és körülbelüli elhelyezkedése. Vegyük tudatosan észre, hogy az elnevezésben a meghatározásukban szereplő fogalmak fontos szerepet játszanak

Tekintsük most a légköri hőmérsékleteloszlást, amit régóta vizsgálnak, ezt a klasszikus korban léggömbökkel csinálták. Ma már a $h = 10$ km magasságon felül is van repülés. Ennek számára is fontos a légkör ismerete, így a légkörtan a levegő meghódításából tudományos hasznot is húzott. A tapasztalatot az V. ábrán foglaljuk össze.



V. ábra. A földi légkör hőmérsékleteloszlása

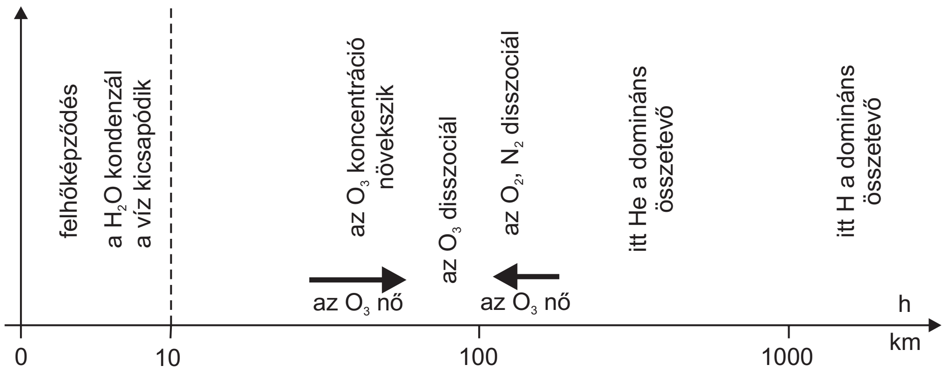
Világosan látszik, hogy az I. ábra és az V. ábra viszonyainak nincsen sok közük egymáshoz. Próbáljuk meg inkább a kémiai összetétellel, aminek adatait valahogyan a VI. ábrán úgy igyekszünk csoportosítani, hogy eddigi fogalmainkhoz viszonyíthassuk őket.



VI. ábra. A földi légkör kémiai összetételéről

Hangsúlyozzuk, hogy a felcsillanó összefüggések nem véletlenek és nem a rosszul sikerült rajzok látszateredményei. Különben is a T. Olvasónak ajánlanánk, hogy másolja ügyesen az eloszlási ábrákat fóliákra és rendre helyezze azokat egymásra, amit itt a kéziratban nem tudunk megtenni. Szembeszökővé fog válni egyes jelenségkörök kapcsolata.

Ábrázoljuk most a magasságváltozással összefüggésben a folyamatokat! A VII. ábrán az érdekesebb fizikokémiai folyamatokat gyűjtöttük össze.



VII. ábra. Fizikokémiai folyamatok

A folyamatok megértéséhez most már elkerülhetetlenné válik a hőháztartás vizsgálata.

A Föld, mint a Naprendszer bolygója, részben a Nap sugárzásából *kívülről,* részben a Föld – mint elég nagy méretű és változó égitest – belső folyamataiból, *belülről* jut ahhoz a hőhöz, ami légkörét befolyásolja.

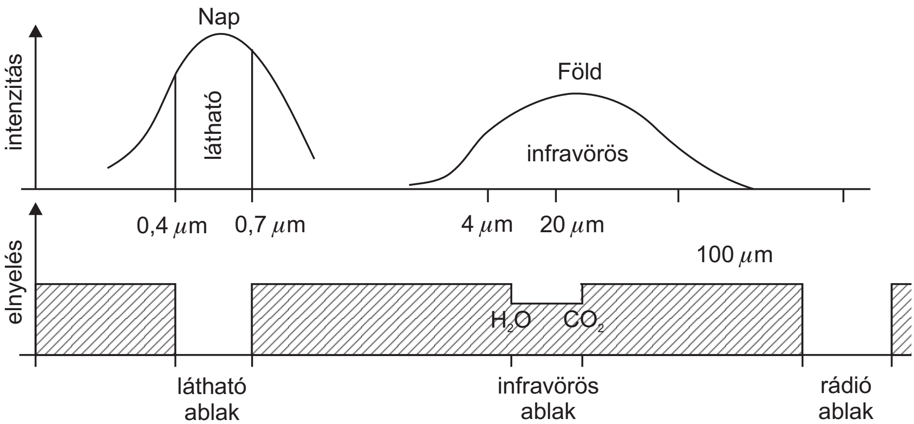
Jóllehet, a *belső* források nem igazán hanyagolhatók el, s főleg nem a lokális viszonyok vizsgálatában, a globális szempontokból mégis figyelmen kívül hagyhatók.

A külső besugárzási hatásban az játszik döntő szerepet, hogy a Nap olyan felületi sugárzó, melynek a „felszíni" hőmérséklete kb. 6000 °K. Ez a Wien-féle eltolódási törvény szerint kiszámítható módon azt eredményezi, hogy a Nap „fénye" – a Nap elektromágneses sugárzása – olyan, amelynek a maximális intenzitása a látható spektrumrészbe, ott is a sárgába esik. A Nap és a bolygói között, ha nem is a szó egzakt értelmében, vákuum van, a hőközlés legfontosabb módja a *sugárzási energiaátvitel*. A bolygóközi térrészt betöltő rendkívül híg gáz, mely a Nap felől a napkoronával kezdődik, majd a napszéllel folytatódik, azután a földi légkör magnetoszféra nevű részével találkozik, fontos szerepet játszik ugyan a csillag és a bolygó kölcsönhatásában, azonban *nem* a hőátvitel terén.

A Föld, a légköre nélkül bizonyára olyasvalami lenne, mint a Hold, amelynek átlaghőmérséklete (a nappali és éjszakai hőmérséklet átlaga a talajon) kb. –20 °C ≅ 250 K. A Földre ugyanez az átlag 15 °C ≅ 290 K. Ezt a kb. 40 foknyi különbséget a légkör folyamatai temperálják. Ez a 6000 K-es napfelszín és a 290 K-es földfelszín az oka annak, hogy a Nap energiája át tud jönni a Napról a Földre (képzeljük el ugyanis azt, ha nem lenne meg ez a hőmérsékletkülönbség, mint ahogy a Föld és a Hold kapcsolata esetében ez alig van!?) Tehát az energiatranszport nyilvánvalóan a Napból a Földre irányul.

A SZÉNDIOXID A LÉGKÖRBEN

A Földön azonban van légkör, melyről pusztán azért, mert a látható színképtartományban naivan azt hisszük, hogy átlátszó, nem hihetjük, hogy az egész színképen átjárható. Mint ahogyan ez nem is áll fenn. A VIII. ábrán bemutatjuk, hogy hol helyezkedik el a Nap spektrumának döntő része, hol a Földé – mert a Föld is egy olyan test, mely Kirchhoff törvénye szerint a sugárzást *elnyeli és kibocsátja* – és milyen a spektrumon a földi légkör átlátszósága.



VIII. ábra. A Nap és a Föld sugárzása (fent) – a földi légkör átlátszósága (lent)

Az ábrából leolvasható, hogy amíg a napsugárzás áthatol a légkör ún. látható(-ban lévő) ablakán, s felmelegíti a talajt, az az alacsonyabb hőfokon elkezd sugározni (az infravörösben) de ez nem (igazán) tud áthaladni a légkörön! Tehát a légkör így melegszik, a szerzett hőtartalom nagy része azután arra fordítódik, hogy a légkör dinamikai folyamatait táplálja (meteorológia), s így egy része a mégsem teljesen átlátszatlan légkörön át kisugárzódik. A képet természetesen finomítani kell azzal, hogy a hőmérsékleti sugárzás „abszolút fekete test” modelljét a színes anyagok (víz, kőzetek, zöld növényzet, majd felhők, por, korom a levegőben speciális vegyületek a légkörben) szempontjából részletezzük. (De erre itt mi nem vállalkozhatunk!) Az V. ábrán bemutatott hőmérsékleteloszlás első teknőjét ez már magyarázza. A földfelszín a felette lévő légréteget melegíti, innen diffúzióval, konvekcióval – tán még vezetéssel is – a hőmérsékletváltozás terjedne felfelé is, de igazából a közeg nem tud felmelegedni (hiszen nem a levegőt melegíti a Nap fénye!) Inkább hűl, miközben felfelé egyre kisebb is a levegő sűrűsége. Ennélfogva a vízgőz csakhamar teljesen kicsapódik ($h \leq 10$ km). A ritka gázok a Földről érkező sugárzás mellé maguk is produkálnak infravörösben egy járulékot, ami persze lefelé is terjed és melegíti a felszínt is. Ezáltal az a sugárzás, ami a földi légkört hűthetné, lefékeződik, és a légkör melegszik (melegházhatás, üvegházhatás). Ebben a döntő szerepet a CO_2 gáz játssza.

Minthogy CO_2-ből most aránylag kevés van a légkörben (nem úgy mint a Vénusz igen nehéz légkörében) a mai földi légkör kialakulásában a fotoszintézissel működő anyagcseréjű *élő növényzetnek döntő szerepe volt és van.* Ugyanakkor gondot okoz az a folyamat mostanában, amit *antropogén ártalom*ként a széntartalmú tüzelőanyagok elégetésekor a levegőbe kibocsátott széngázok és füst/korom óriási mennyisége jelent. Ez a legszorosabban összefügg a demográfiai robbanással (több mint elegendő lakója lett a Földnek ahhoz, hogy az emberiség biológiai és *technikai jelenléte* a természet állapotát már befolyásolni képes legyen). Ennek a néptömegnek az ellátása energiával (fűtés és gyárak, közlekedés stb.) túl gyorsan oldódott meg (?) ahhoz, hogy csak a környezetkímélő megoldások legyenek uralkodóak.

A CO_2 tartalom a légkörben 1957-ben 0,0315% volt, 1987-ben már 0,0350%-ra emelkedett (vö. a légkör becsült tömegével). Tudvalévő, hogy 1 t szén elégetése kb. 4 t CO_2 előállítását jelenti ($C \sim 12$, $O_2 \sim 32$, $CO_2 \sim 44$, ha a molekulasúlyokat számoljuk). Az energetikusok becslése szerint 1850–1950 között 60 Gt (gigatonna) szenet égettünk el, azóta kb. 5 Gt-t évente, tehát 2008-ig még kb. 12 év alatt ismét elégettünk kb. 100–120 Gt-t. A XIX. században a CO_2 aránya kb. 0,0270% volt – s ahogyan ezt a sarkvidékek jégtakarójában megkötött légkör összetételének vizsgálata megerősíti –, ez az arány 10 ezer évvel ezelőtt is kb. ugyanekkora volt. Az *antropogén ártalom a légkört tehát a XIX–XX. században érte*! S ha ez így folytatódik, 2080 tájékára a CO_2 arány megduplázódik már egyedül a fosszilis energiahordozók elégetése miatt is. S akkor a VIII. ábrán félénken mutatott aránylag nyitott infravörös ablak teljesen bezárulhat és a légkör melegedése komolyabb méreteket ölthet! Ennek további következményeivel (jéghegyek elolvadása stb.) itt nem foglalkozhatunk.

AZ ÓZON A LÉGKÖRBEN

A következő kérdéskör, amivel külön kívánunk foglalkozni, az O_3 megjelenése a légkörben.

A Vénusz bolygóról szerzett információk alapján ma azt képzeljük, hogy az őslégkör CH_4, CO_2, NH_3, H_2S, CO, PH_3 jellegű gázkomponensekből állhatott, amelyek a kőzetek kialakulása során válhattak szabaddá és a Föld sajátságainak megfelelően kötődtek meg légkörré. A napsugárzás ultraibolya részét ezek a gázok átengedik. Ha ekkor valamilyen élő szervezet kialakulhatott volna, annak is legalább 10 m mély vízréteg alatt lehetett csak esélye az ultraibolya-sugárzással szembeni védelemre. Ott az élőlények – mégoly primitív szinten is – elkezdhették a fotoszintézissel az anyagcserét és a szenet elkezdhették beépíteni sejtjeikbe, felszabadítva az oxigént. Amint a jelenlegi légköri oxigénaránynak csak az ezredrészét már elérte a légkör oxigénkomponense, akkor, mint Harold Urey kimutatta, kioltja az ultraibolya sugárzásból azt az (ui) komponenst, amely a víz

$$H_2O + (ui) \rightarrow 2H + O$$

fotolízisét idézi elő. Addig is a nascens oxigén az O_2-vel

$$3O_2 \rightarrow 2(O + O_2) \rightarrow 2O_3$$

mintájára ózont képez. Az élet megjelenése után az O_2 és O_3 mennyisége dinamikus egyensúlyba kerül, az oxigén/ózon koncentrációaránya szabályozza az ultraibolya-sugárzás átengedését és az oxigéntermelő életet. Ezt nevezzük *ózonpajzsnak,* ami a veszélyes ultraibolya-sugárzás ártalmai elől védi a bioszférát. Ez a Föld (és a földi élet) sajátossága!

Mellesleg ez a folyamat (most) kb. a 20–60 km magasságban zajlik. Itt termelődik O_2-ből annyi nascens O, hogy az O_3 kialakuljon. Felette az ultraibolya-spektrum gazdagabb és itt bomlik az O_3 molekula, alatta az ultraibolya spektrum szegényebb és itt nem bomlik az O_2 molekula. E sajátos folyamatnak a mellékterméke a *hőlerakódás* az O_3 képződése során (a reakciótermékek kinetikus energiát is nyernek).

A légkör O_3-rétege a paleozoikum idején kb. 10 km magasságban volt. A jelenlegi O_3-készlet a légkör tömegének kb. $0{,}33 \cdot 10^{-6}$ része. Tanulságos, hogy ez a milliomodrésznyi összetevő milyen fontos szerepet játszik!

Annál érdekesebb, hogy az ipari tevékenységek folytán a légkörbe jutó klór- és fluor-tartalmú szénhidrogén-vegyületek (kloro-fluoro-karbonok, CFC-k) az ózonnal vegyületet képeznek és fogyasztják az O_3 koncentrációját. A káros tevékenységek, amelyek a CFC-koncentrációt felduzzasztották, részben a sztratoszférában repülő katonai gépek számának, részben a legkülönbözőbb *freontartalmú spray*-meghajtógázok óriási fogyasztásával vannak kapcsolatban. De szerepet játszanak olyan (üzem)anyagok is, amelyek elégetése során klór és nitrogén szabadul fel (a PVC-hulladékelégetése, a klórtartalmú földgáz és kőolaj alkalmazása). Újabban nemzetközi egyezmények igyekeznek korlátozni ennek a folyamatnak az emberi technikával kapcsolatos tényezőit.

ÖSSZEFOGLALÁS

Ismételten hangsúlyoni kívánjuk, hogy a fenti áttekintés csak *első közelítés, mert* rendkívül leegyszerűsítettt modellt használtunk mind a Földről, mind a légköréről. Mégis érdekes és közelítő voltában is érvényes megállapításhoz jutottunk a légkör magasság szerinti eloszlását illetően. Ennek fő állítása – ami Pascal öröksége – a barometrikus magasság szerinti elolszlás: a levegőtenger zöme a Földet véges vastagságában veszi körül. A levegőtenger mozgásával a Föld domborzati viszonyainak a bonyolultsága miatt nem foglalkoztunk, így ciklonok, anticiklonok, a forgó Föld eme jellegezetes származékaival sem. Hasonlóan nem tudunk eléggé oknyomozó módon azzal foglalkozni, hogy a levegőtenger végül is miért olyan atomi összetételű, mint amilyen, inkább egyszerűen tudomásul vettük az elolszlását, és a fényáteresztő képességét vizsgáltuk, mert ennek a kérdésnek nagy fontosságát akartuk kiemelni. Ebben a kérdésben érezzük azt, hogy Földünk légkörét illetően mindnyájan felelősek vagyunk. Lehet, hogy a felelősségünk nem pilllanatnyi, mulasztásnak csak pár évtized múlva lesznek drasztikus következményei. Igazából azt szeretnénk, ha az Olvasó elgondolkozna a két utolsó pont megállapításain. E sorok írója bizony úgy gondolja, hogy minden Olvasó, még az is, aki nem természettudományi pálya vonzásában él, hiszen Ő is, fiai és unokái is ezt a levegőtengert fogják használni életük fenntartására és védelmére. Őszintén reméljük, hogy tudatos életük irányában ezt az első lépést elősegítettük.

BIBLIOGRÁFIAI ÖSSZEÁLLÍTÁS

ABONYI IVÁN ÁLTAL ÍRT, SZERKESZTETT ÉS FORDÍTOTT ÖNÁLLÓ MŰVEK[113]

Az általa, illetve társszerzőkkel együtt írt művekből

A relativisztikus kinetikus gázelmélet egyes problémái. Doktori disszertáció. Bp., 1961. 72, [13] p. Soksz. kézirat.

Válogatott fejezetek a hidrodinamikából. Bp., 1965. Tankönyvkiadó. 118 p.

Le problème de l'équation de Boltzmann relativiste. Bp., 1965. Institute for Theoretical Physics Roland Eötvös University. 25 p.

The Crocco-Vázsonyi equation in relativistic hydrodinamics of ideal fluids. Bp., 1966. Institute for Theoretical Physics Roland Eötvös University. 14 p.

A plazmák statisztikus elmélete. Bp., 1968. Tankönyvkiadó. 119 p.

A termodinamika, a statisztikus mechanika és alkalmazásaik 1. Bp., 1968. Egyetem, Természettudományi Kar. 25 p.

Rezgések és hullámok a plazmában. Társszerző: Bitó János. Bp., 1968. Mérnöki Továbbképző Intézet. 182 p.

Elméleti fizika. Társszerző: Nagy Tibor. Bp., 1968. Tankönyvkiadó, 1968. 508 p. (Több kiadásban is megjelent)

Small amplitude waves and weak discontinuities in the relativistic hydrodynamics of an ideal fluid. Bp., 1969. Institute for Theoretical Physics Roland Eötvös University. 12 p.

Magnetohidrodinamika. Bp., 1969. Tankönyvkiadó. 67 p. (2. bőv kiad.: Bp., 1976. Tankönyvkiadó. 139 p.)

A negyedik halmazállapot. Bevezető a plazmafizikába. Bp., 1971. Gondolat. 311 p., 12 t. (Stúdium könyvek)

Elméleti hidrodinamika. Bp., 1971. Tankönyvkiadó. 132 p.

Fizikai kézikönyv műszakiaknak. Társszerzőkkel. Főszerk.: Antal János. 1–2. köt. Bp., 1980. Műszaki Könyvkiadó. 1242 p., 1142 p.

Mit ígér a termonukleáris fúzió? Miért, hogyan, mikorra? Bp., 1983. TIT. 45 p.

Fizika. Társszerzőkkel. Szerk.: Holics László. 1. köt. Klasszikus fizika. + 2. köt. Modern fizika. Bp., 1986. Műszaki Könyvkiadó. 875 p. + XVI, 878–1057 p. (2. kiad.: Bp., 1992)

$E=mc^2$. A Minkowski-világ. Bp., 1986 [1987]. TIT. 67 p.

Modern kozmológia. Társszerzők: Paál György, Tihanyi László. Bp., 1987. TIT. 120 p.

113 A Kiadó összeállítása. A műveket az egyes csoportokon belül megjelenésük időrendjében adtuk közre.

A kozmikus dinamótól a reaktorok hűtéséig. Einstein és Szilárd hűtőgép-ötletének sokoldalú alkalmazásai. Szombathely, 1997. Savaria Univ. Press. 37 p., [4] t.

Magyarságkép és történeti változásai. Társszerzőkkel. Bp., 1999. MTA. 207 p. (Magyarország az ezredfordulón. Stratégiai kutatások a Magyar Tudományos Akadémián)

Magyarok a világ tudományos-műszaki haladásáért. Társszerzőkkel. Főszerk.: Füstöss László. Bp., 1999. OMIKK–ELTE. CD-ROM.

Szilárd Leo, 1898–1964. Szombathely, 2000. BDF. 68 p.

Zemplén Győző emlékkönyv. Társszerzőkkel. Szerk.: Kovács László. Nagykanizsa, 2004. Batthyány Lajos Gimnázium és Egészségügyi Szakközépiskola. 126 p.

Kiemelkedő fejezetek a XVII–XIX. század fizikájából. Piliscsaba, 2008. MATI. 146 p.

Az általa szerkesztett és válogatott művekből

Évkönyv

Fizika 1975. (Évkönyv). Bp., 1975. Gondolat. 251 p.
Fizika 1976. (Évkönyv). Bp., 1977. Gondolat. 290 p.
Fizika 1977. (Évkönyv). Bp., 1977. Gondolat. 310 p., 4 t.
Fizika 1978. (Évkönyv). Bp., 1979. Gondolat. 291 p., 6 t.
Fizika 1979–80. (Évkönyv). Bp., 1980. Gondolat. 239 p., 4 t.
Fizika 1981–82. (Évkönyv). Bp., 1982. Gondolat. 246 p., 6 t.

Kozmikus Geodéziai Szemináriumok (Sopron, 1976, 1977) válogatott anyagai. Fel. Szerk.: Abonyi Iván. Bp., 1978. MTESZ. 202 p.

Mit jelent ma számunkra Einstein? Gondolatok az emberről, tudományos munkásságáról és annak világnézeti hatásáról születésének 100. évfordulóján. Összeáll. és szerk.: Abonyi Iván, Staar Gyula. Gazda István bibliográfiai függelékével. Bp., 1980. TIT. 180 p.

Max Planck: Válogatott tanulmányok. Az új fizika világképe. Előszó: Maróti Lajos. Az 1. kiad. vál.: M. Zemplén Jolán, a 2. kiad. vál.: Abonyi Iván. Ford.: M. Zemplén Jolán, Tőrös Róbert, Török Gábor, Abonyi Iván. Bp., 1982. Gondolat. 396 p., [1] t. (Az M. Zemplén Jolán által válogatott 1. kiad. 1966-ban jelent meg.)

Stephen Hawking: Black holes and baby Universes and other essays Einstein álma és egyéb írások. Ford.: Ungvárainé Nagy Zsuzsanna, Ungvárai János. Az irodalomjegyzéket összeáll.: Abonyi Iván. Bp., 1999. Vince. 179 p. (2. kiad.: Bp., 2000., 3. kiad.: Bp., 2001)

Lexikonok számára készített nagyobb összeállításaiból

Természettudományi Lexikon. 1–7. köt. Bp., 1964–1976. Akadémiai Kiadó.

Fizikai kislexikon. Társszerzőkkel. Főszerk.: Szilágyi Miklós. Bp., 1977. Műszaki Könyvkiadó. 724 p.

A Nobel-díjasok kislexikona. Társszerzőkkel. Szerk.: Vészits Ferencné. 2. jav., bőv. kiad. Bp., 1985. Gondolat. 879 p.

Magyar Nagylexikon. 1–19. köt. + kieg. Bp., 1993–2004. Magyar Nagylexikon Kiadó.

Magyar Tudóslexikon. Társszerzőkkel. Főszerk.: Nagy Ferenc. Bp., 1997. Better–MTESZ–OMIKK. 1024 p. (Több kiadásban is megjelent)

Az általa fordított művekből

L. D. Landau – J. B. Rumer: Nehéz kérdések. Mi a relativitáselmélet? Ford.: Abonyi Iván. Bp., 1961. Móra Kiadó. 135 p.

A. A. Zvorikin et al.: A technika története. Ford.: Abonyi Iván. Bp., 1964. Kossuth Kiadó. 547 p.

Edwin F. Taylor – John Archibald Wheeler: Téridő-fizika. Ford.: Abonyi Iván. Bp., 1974. Gondolat. 407 p. (2. kiad. Bp., 2006. Typotex. 362 p.)

Alvin Hudson – Rex Nelson: Útban a modern fizikához. Ford.: Abonyi Iván et al. 1. kiad. Bp., 1994. LSI-OMAK. VIII, 1150, 53 p. (Több kiadásban is megjelent)

Larousse memo. Általános képes tematikus enciklopédia. A magyar vált. fel. szerk.: Dévai Mária. Ford.: Abonyi Iván et al. Bp., 1995. Akadémiai Kiadó. VIII, 1308, [3] p.

John D. Barrow: A művészi világegyetem. Ford.: Béresi Csilla, Both Előd, Abonyi Iván. Bp., 1998. Kulturtrade. 312 p. (2. kiad. Bp., 2000. Vince Kiadó. 312 p.)

Leonard Mlodinow: Euklidész ablaka. [A geometria története a párhuzamosoktól a hipertérig]. Ford.: Abonyi Iván. Bp., 2003. Akkord. 295 p.